ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31408

Класс 10 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания "Лэти"

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	0	4	0	0	12	12	6	0	0	38	тридцать восемь	

№1 $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}\cdot 27^{-3}+(0{,}2)^{-4}\cdot 25^{-2}+\left(64^{-\frac{1}{9}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}\cdot(2{,}017)^0\cdot\sqrt{0{,}36}=$

$=\dfrac{3^{10}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-4}\cdot\frac{1}{25^2}+64^{\frac{1}{3}}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}\cdot 1\cdot 0{,}6=\dfrac{\frac{3^{10}}{3^9}+\frac{5^4}{5^4}+4}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}\cdot\frac{3}{5}=$

$=\dfrac{3+1+4}{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)}\cdot\frac{3}{5}=\dfrac{8}{4+2\cdot\sqrt{4-3}}\cdot\frac{3}{5}=$

$=\dfrac{8}{4+2\sqrt{1}}\cdot\frac{3}{5}=\dfrac{8}{4+2}\cdot\frac{3}{5}=\dfrac{8}{6}\cdot\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$

$B=\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5}=10\%$

$A=100\%$, следовательно

$П=\dfrac{4\cdot 100}{5\cdot 10}=8$

Ответ: $П=8$ ✓ (4)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

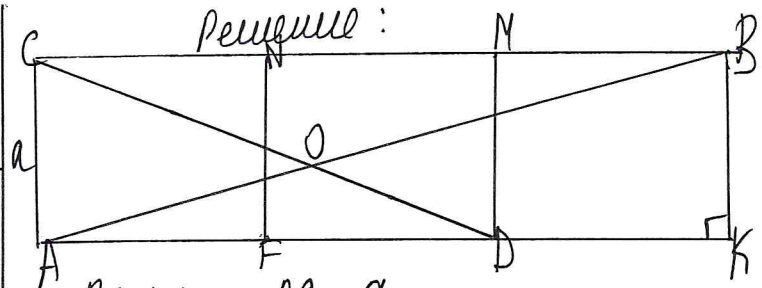
ШИФР 31108

№3

Дано:
три квадрата
$AB \cap CD = O$

Найти:
$\angle BOD$

Решение:



1) Пусть $AC = a$,
$AC = AF = FD = DK = BK = BM = MN = CN = a$, т.к.
$ACNF$, $FNMD$, $DMBK$ – квадраты (по условию)

2) $\triangle ABK$ – прямоуг, так как $\angle AKB = 90^\circ$
$AB = \sqrt{AK^2 + BK^2}$
$AK = AF + FD + DK = 3AF$, т.е. $AK = 3a$
$AB = \sqrt{9a^2 + a^2} = \sqrt{10a^2} = a\sqrt{10}$
$\sin\angle BAK = \frac{BK}{AB}$,

$\sin\angle BAK = \frac{a}{a\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$, след-но
$\angle BAK = \arcsin\frac{1}{\sqrt{10}}$

3) $\triangle ACD$ – прямоуг, т.к. $\angle CAD = 90^\circ$
$CD = \sqrt{AD^2 + AC^2}$
$AD = AF + FD = 2AF$, т.е. $AD = 2a$
$CD = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$
$\sin\angle CDA = \frac{AC}{CD}$, $\sin\angle CDA = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$, след-но

$\angle CDA = \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}$

4) $\triangle AOD$
$\angle AOD = 180^\circ - (\angle BAK + \angle CDA)$
$\angle AOD = 180^\circ - (\arcsin\frac{1}{\sqrt{10}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}})$

5) $\angle BOD = 180^\circ - \angle AOD$ (смежные углы)
$\angle BOD = \cancel{180^\circ} = \cancel{180^\circ} + (\arcsin\frac{1}{\sqrt{10}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}) =$
$= \arcsin\frac{1}{\sqrt{10}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}$

Ответ: $\angle BOD = \arcsin\frac{1}{\sqrt{10}} + \arcsin\frac{1}{\sqrt{5}}$ ✓ (4)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31108

№7 $\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$

* $\begin{cases} 6x-x^2-5\geq 0 \\ 7-2x\geq 0 \\ 8x-x^2-12\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 1\leq x\leq 5 \\ x\leq 3{,}5 \\ 2\leq x\leq 6 \end{cases}$



$2\leq x\leq 3{,}5$

$6x-x^2-5\geq 0$ $\quad$ $8x-x^2-12\geq 0$

* $x^2-6x+5\leq 0$ $\quad$ $x^2-8x+12\leq 0$

$1\leq x\leq 5$ $\quad$ $2\leq x\leq 6$

$\sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{7-2x}$

$6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12+7-2x+2\sqrt{(8x-x^2-12)(7-2x)}$

$2\sqrt{(8x-x^2-12)(7-2x)} \leq 0$

$\sqrt{(6-x)(x-2)(7-2x)} \leq 0$

$\sqrt{(6-x)(x-2)(7-2x)} = 0$

$(6-x)(x-2)(7-2x)=0$

$6-x=0$ или $x-2=0$ или $7-2x=0$

$x=6$ $\quad$ $x=2$ $\quad$ $x=3{,}5$

не подх. по * $\quad$ не подх. по * $\quad$ не подх. по *

Ответ: решений нет

$x=6$ $\quad$ $x=2$ $\quad$ $x=3{,}5$

не подх. по *

Ответ: 2; 3,5 ✓ (12)

№8 $\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x \end{cases}$, $\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sin x-\cos y=\cos^2 x \end{cases}$ ($\cos x\geq 0$!)

$\begin{cases} \cos y=\sin x-\cos^2 x \\ \cos x+\sin x-\cos^2 x=\sin^2 x \end{cases}$

$\cos x+\sin x-\cos^2 x=\sin^2 x$

$\cos x+\sin x=\sin^2 x+\cos^2 x$

$\cos x+\sin x=1$

$(\cos x+\sin x)^2=1$

$\cos^2 x+2\cdot\cos x\cdot\sin x+\sin^2 x=1$

$1+2\cdot\cos x\cdot\sin x=1$

$2\cdot\cos x\cdot\sin x=0$

$\sin 2x=0$

$\sin 2x = 0$

$2x = \pi k$, где $k \in Z$

$x = \frac{\pi k}{2}$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi k}{2} \\ \cos y = \sin x - \cos^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \pm \arccos(\sin x - \cos^2 x) + 2\pi n, \text{ где } n \in Z \\ x = \frac{\pi k}{2} \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{\pi k}{2} \\ y = \arccos\left(\sin\frac{\pi k}{2} - \cos^2\frac{\pi k}{2}\right) + 2\pi n \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{\pi k}{2} \\ y = -\arccos\left(\sin\frac{\pi k}{2} - \cos^2\frac{\pi k}{2}\right) + 2\pi n \end{cases} \end{array}\right.$$

6

Ответ: $\left(\frac{\pi k}{2}; \arccos\left(\sin\frac{\pi k}{2} - \cos^2\frac{\pi k}{2}\right) + 2\pi n\right)$;

$\left(\frac{\pi k}{2}; -\arccos\left(\sin\frac{\pi k}{2} - \cos^2\frac{\pi k}{2}\right) + 2\pi n\right)$

где $k \in Z, n \in Z$

№6



v_1 (км/ч) – скорость первого велосипедиста

v_2 (км/ч) – скорость второго велосипедиста

v_3 (км/ч) – скорость собаки

$v_1 + v_2$ (км/ч) S (км) – расстояние между городами A и B

$t_в$ (ч) – время встречи велосипедистов

$t_в = \frac{S}{v_1 + v_2}$, $t_в = \frac{75}{12+13} = \frac{75}{25} = 3$, т.е. $t_в = 3$ ч.

За 3 часа собака пробежала (S_c)

$S_c = v_3 \cdot t_в$, $S_c = 15 \cdot 3 = 45$ (км)

Ответ: собака пробежала 45 километров.

12