



ШИФР

14952

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания СПБГТУ ЛЭТИ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	3	3	0	0	0	12	12	14	0	48	срок всего	ЛМВ/-

$$1) B = \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 2^{\frac{6 \cdot 3}{9}}}{1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1\sqrt{2^2-3}} \quad 1,06 = \frac{3+1+4}{4+2} \cdot 0,6 = \frac{8,6}{6 \cdot 10} = 0,8$$

$$0,1 A = B$$

$$A = \frac{B}{0,1} = \frac{0,8}{0,1} = 8$$

Ответ 8

(4)

3) Пусть сторона квадрата равна a

$$1) AD = 2a \quad CB = 3a \\ CA = a$$

$$CD = \sqrt{AD^2 + CA^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$$

$$AB = \sqrt{CA^2 + CB^2} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}$$

3) Введем систему координат с началом в точке A

$\vec{AB} \{3a; a\}$

$\vec{CD} \{2a; a\}$

$$\cos(\vec{CD}, \vec{AB}) = \frac{|x_{\vec{AB}} x_{\vec{CD}} + y_{\vec{AB}} y_{\vec{CD}}|}{|\vec{CD}| \cdot |\vec{AB}|} = \frac{|6a^2 + a^2|}{a\sqrt{5} \cdot a\sqrt{10}} = \frac{7a^2}{a^2 \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10} = 0,7\sqrt{2}$$

$$\angle(\vec{CD}, \vec{AB}) = \arccos(0,7\sqrt{2})$$

Ответ ~~$\arccos(0,7\sqrt{2})$~~

(3)

(1)

$$\begin{cases}
 \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \\
 -(x-5)(x-1) \geq 0 \\
 7 - 2x \geq 0 \\
 -(x-6)(x-2) \geq 0
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 6x - x^2 - 5 + x^2 + 12 - 8x + 7 - 2x \geq 2\sqrt{(x-5)(x-1)(2x-7)} \\
 2 \leq x \leq 3,5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 14 - 4x \geq 2\sqrt{(x-5)(x-1)(2x-7)} \quad | :2 \\
 2 \leq x \leq 3,5
 \end{cases}$$

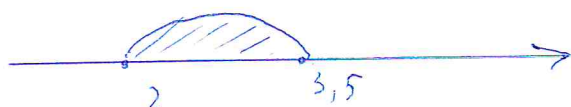
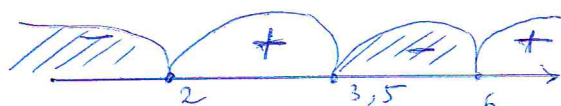
$$\begin{cases}
 7 - 2x \geq \sqrt{(x-5)(x-1)(2x-7)} \\
 2 \leq x \leq 3,5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 49 - 28x + 4x^2 \geq (x^2 - 6x + 5)(2x - 7) \\
 2 \leq x \leq 3,5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 4x^2 - 28x + 49 - 2x^3 + 12x^2 - 10x + 7x^2 - 42x + 35 \geq 0 \\
 2 \leq x \leq 3,5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 2x^3 - 23x^2 + 80x - 84 \leq 0 \\
 2 \leq x \leq 3,5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 (x-2)(2x^2 - 19x + 42) \leq 0 \\
 2 \leq x \leq 3,5 \quad \text{корни: } 2, 6, 3,5
 \end{cases}$$



Ответ $\{2\} \cup [3,5]$

(12)

(2)

$$8) \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y = \sin^2 x - \cos^2 x \\ \cos x + \sin x - \cos^2 x = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y = \sin^2 x - \cos^2 x \\ \cos x + \sin x = 1 \quad \textcircled{*} \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x = 2\pi k \\ 1 + \cos y = 0 \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ \cos y = -1 \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ y = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \cos y = 1 \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ y = 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{*} \cos x + \sin x = 1$$

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(2\pi k; \pi + 2\pi k); (\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi k); k \in \mathbb{Z}$

12

9) Пусть $t = x + 2014$

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\begin{aligned} x &\neq -2014 \\ x &\neq -2015 \\ x &\neq -2016 \\ x &\neq -2017 \\ x &\neq -2018 \end{aligned}$$

$$\frac{(t+2)(t+3)(t+4) + t(t+3)(t+4) + t(t+1)(t+4) + t(t+1)(t+2)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2(t+3)(t+4)(t+1) + 2t(t+1)(t+3)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999} \quad \checkmark$$



$$(t+3)(2(t+4)(t+1) + 2t(t+1))$$

$$\frac{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)}{999999} = \frac{1}{999999}$$

$$4(t+1)(t+3)(t+2)$$

$$\frac{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)}{999999} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4 \cdot 999999}{t^2 + 4t} = \frac{1 \cdot t^2 + 4t}{999999}$$

$$t^2 + 4t - 4 \cdot 999999 = 0$$

$$(x+2014)^2 + 4(x+2014) - 4 \cdot 999999 = 0$$

$$x^2 + 4032x + 4064256 - 3999996 = 0$$

$$x^2 + 4032x + 64256 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2016 \pm \sqrt{4000000}}{1} = -2016 \pm 2000$$

$$x = -16$$

$$x = -4016$$

$$\text{Ответ: } -16; -4016$$

(14)

- 2) Пусть x — объем первого танкера $x > 0$
 y — объем второго танкера $y > 0$
 z — произведение объема каждого кабота $z > 0$

$$\text{Возра нужно найти } \frac{y}{3z}$$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x}{4z} + \frac{y}{3z} = 11 \\ \frac{x}{3z} + \frac{y}{4z} = 18 \end{cases}$$

(4)



$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ $H-C-H$

$$\frac{x}{4z} + \frac{y}{12z} = 11$$

$$\frac{x}{3z} + \frac{y}{4z} = 18$$

$$x = \left(18 - \frac{y}{4z}\right) 3z$$

$$\frac{\left(18 - \frac{y}{4z}\right) 3z}{4z} + \frac{y}{12z} = 11$$

$$\textcircled{x} \text{ Пусть } t = \frac{y}{z} \quad t > 0$$

$$\frac{\left(18 - \frac{t}{4}\right) 3}{4} + \frac{t}{12} = 11$$

$$9\left(18 - \frac{t}{4}\right) + t = 132$$

$$162 - \frac{9t}{4} + t = 132$$

$$\frac{9t - 4t}{4} = 30$$

$$\frac{5t}{4} = 30$$

$$t = 24$$

$$\frac{y}{z} = 24$$

$$\frac{y}{3z} = 6$$

Результат

Ответ: ~~6~~ $\textcircled{3}$