



ШИФР 23507

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 11.02.2018

Площадка написания СПбГЭТУ "ЛЭТИ"

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	0	2	12	2	16	16	0	56	пятьдесят шесть	Витя

$$\begin{aligned}
 & \text{N1} \\
 & 0,1A = B \Leftrightarrow A = 10B \\
 & B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 24^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left((64)^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{11} + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot (2,014)^0 \cdot \sqrt{0,36} = \\
 & = \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 4^1}{2 + \sqrt{3} + 2 + 2 - \sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{8 \cdot 6}{8 \cdot 105} = 0,8; A = 10B = 8.$$

Ответ: 8

4

Н2
Обозначим объем первого танкера S_1 , объем второго S_2 , произведем часов t .

Тогда $\begin{cases} \frac{S_1 + S_2}{40} = 11 & (1) \\ \frac{S_1}{30} + \frac{S_2}{40} = 18 & (2) \end{cases}$ Необходимо найти $\frac{S_2}{30}$ - ?

Из $\frac{S_1}{30} = 18 - \frac{S_2}{40} \Rightarrow S_1 = 540 - \frac{3S_2}{4}$ подставим в (1)

1) $\frac{3S_1 + S_2}{120} = 11; \frac{1620 - \frac{9S_2}{4} + S_2}{120} = 11 \Leftrightarrow \frac{24}{2} - \frac{5S_2}{480} = 11 \Leftrightarrow \frac{5S_2}{480} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{S_2}{480} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_2}{30} = 8$

Ответ: 8 часов

4



№6

$$v_A = 12 \text{ км/ч}; S = 45 \text{ км}$$

$$v_B = 13 \text{ км/ч}$$

$$v = v_A + v_B = 25 \text{ км/ч} - \text{скорость сближения.}$$

$$t = 8$$

$$t = \frac{45 \text{ км}}{25 \text{ км/ч}} = 3 \text{ ч.} - \text{время с начала движения до встречи велосипедистов.}$$

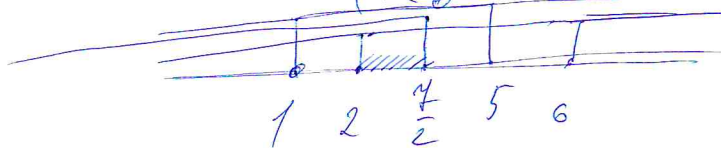
П.к. собака все это время бежала с постоянной скоростью 15 км/ч.
то общее расстояние, которое преодолела собака - $15 \text{ км/ч} \cdot 3 \text{ ч} = 45 \text{ км.}$

Ответ: 45 км 12

№4

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15 - x(x-1) \geq 0 \\ x \leq \frac{7}{2} \\ (2-x)(x-6) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 5 \\ x \leq \frac{7}{2} \\ x \geq 2 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [2; \frac{7}{2}]$$



$$f(x) = \sqrt{6x - x^2 - 5}$$

$$f(2) = \sqrt{12 - 4 - 5} = \sqrt{3}$$

$$f(3.5) = \sqrt{21 - 12.25 - 5} = \sqrt{3.75}$$

$$\text{минимальное значение на } [2; \frac{7}{2}]: f(2) = \sqrt{12 - 4 - 5} = \sqrt{3}$$

$$\text{максимальное значение на } [2; \frac{7}{2}]: f(3.5) = \sqrt{21 - 12.25 - 5} = \sqrt{3.75}$$

$$f(x) = \sqrt{7 - 2x}$$

$$[f] = [0; \sqrt{3}] \text{ (на промежутке } [2; \frac{7}{2}])$$

$$f(x) = \sqrt{8x - x^2 - 12}$$

$$[f] = [0; \sqrt{15/2}] \text{ (на } [-1; 4])$$



ШИФР 23507

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



И.О. на ОДЗ $344 = \sqrt{6x - x^2 - 5}$ возрастает до точки (3;2), затем убывает и принимает значение $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\sqrt{4-2x}$ убывает от 3 до 0

$\sqrt{8-x^2-12}$ возрастает от 0 до $\frac{\sqrt{5}}{2}$

При этом, в точках $x=2; 3; \frac{4}{2}$

$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{4-2x} \geq \sqrt{8-x^2-12}$, а т.к. $\sqrt{6x-x^2-5}$ возрастает и убывает

быстрее $\sqrt{4-2x}$, $\sqrt{8-x^2-12} \leq \sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{4-2x}$ на ОДЗ.

Ответ: $[2; \frac{4}{2}]$.

2

$$\text{tg} 15^\circ \text{tg} 25^\circ \text{tg} 35^\circ \text{tg} 85^\circ = \frac{\sin 15^\circ \sin 85^\circ \sin 25^\circ \sin 35^\circ}{\cos 15^\circ \cos 85^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ}$$

$$\sin 15^\circ \sin 85^\circ = \frac{\cos(-40^\circ) - \cos 100^\circ}{2} = \frac{\cos 40^\circ + \cos 10^\circ}{2}$$

$$\sin 35^\circ \sin 25^\circ = \frac{(\cos 10^\circ - \cos 60^\circ)}{2} = \frac{\cos 10^\circ - \frac{1}{2}}{2}$$

$$\text{т.о. числитель: } \frac{(\cos 40^\circ + \cos 10^\circ)(\cos 10^\circ - \frac{1}{2})}{4}$$

$$\cos 15^\circ \cos 85^\circ = \frac{\cos(-40^\circ) + \cos 100^\circ}{2} = \frac{\cos 40^\circ - \cos 10^\circ}{2}$$

$$\cos 35^\circ \cos 25^\circ = \frac{\cos 10^\circ + \frac{1}{2}}{2}$$

$$\text{Получаем, что } \text{tg} 15^\circ \text{tg} 25^\circ \text{tg} 35^\circ \text{tg} 85^\circ = \frac{(\cos 40^\circ + \cos 10^\circ)(\cos 10^\circ - \frac{1}{2})}{4(\cos 40^\circ - \cos 10^\circ)(\cos 10^\circ + \frac{1}{2})} =$$

$$=$$

2



$$(ab)c = a(bc)$$

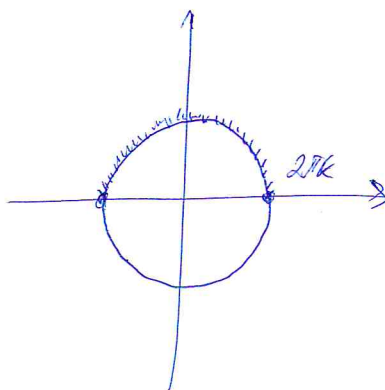
$$E = mc^2$$



№8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x & (1) \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$



Умножим (1) на (2)

$$\cos x + \cos y + \sin x - \cos y = \sin^2 x + \cos^2 x \Leftrightarrow \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \right) = 1 \Leftrightarrow \left(\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases}, \text{ т.к. при этих } x \cos x \geq 0, \text{ то оба экв. решаются.}$$

$$\text{1. } x = 2\pi k;$$

$$\cos(2\pi k) + \cos y = \sin^2(2\pi k) \Leftrightarrow 1 + \cos y = 0 \Leftrightarrow \cos y = -1 \Leftrightarrow y = \pi + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$$

$$\text{2. } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) + \cos y = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \Leftrightarrow 0 + \cos y = 1 \Leftrightarrow y = 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$$

Ответ $(2\pi k; \pi + 2\pi t); \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi t\right), k, t, n, t \in \mathbb{Z}.$

16



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$\text{Пусть } t = x + 2016$$

$$\text{Тогда}$$

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{(t-1)t} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{(t+1)(t+2) + (t-2)(t+2)(t+1) + (t-2)(t+2)(t-1) + (t-1)(t-2)t}{(t-2)(t-1)t(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{t^3 + 3t^2 + 2t + t^3 + t^2 - 4t - 4 + t^3 - t^2 - 4t + 4 + t^3 - 3t^2 + 2t}{(t-2)(t-1)t(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4t^3 - 4t}{(t^2 - 4)(t^2 - 1)t} = \frac{1}{999999} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4t(t^2 - 1)}{(t^2 - 4)(t^2 - 1)t} = \frac{1}{999999} \Leftrightarrow t^2 - 4 = 3999996 \Leftrightarrow t^2 = 4000000 \Leftrightarrow t = \pm 2000$$

$$t = 2000; x = t - 2016; x = -16$$

$$t = -2000; x = t - 2016; x = -4016$$

$$\text{Ответ: } \{-4016, -16\}$$