

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.03.2018

Площадка написания СПбГЭТУ "ЛЭТИ"

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	5	3	5	5	27	двадцать семь	

28

двадцать восемь
цел.-верно

Дано:

R

m

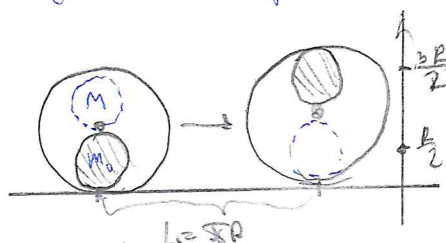
n=3

$L = \pi R$

A=?

Решение:

Т.к. работа минимальна, а сила трения отсутствует, применим закон сохранения энергии. Изобразим на рисунке, как будет выглядеть цилиндр после перекачивания:

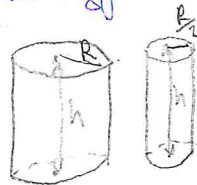


Заметим, что рисунок окончательный за исключением выделенных цилиндров.
 $\Rightarrow$ можно считать только эти

Энергиями. Пусть m_0 - масса цилиндра сверху.
 M - масса выделенной нижней цилиндра.

$$\text{Тогда } \Delta E_0 = m_0 \cdot \frac{R}{2} g - m_0 \cdot \frac{3}{2} R g = -m_0 R g$$

$$\Delta E_n = M \cdot \frac{3}{2} R g - M \cdot \frac{R}{2} g = M R g$$



$$\Delta E_0 + \Delta E_n = -A \text{ (по определению)}$$

$$A = R g (m_0 - M). \text{ Кингем массы: } m = m_{\text{цилиндра}} = \rho S \cdot h = \rho \pi R^2 h$$

$$\rho = \frac{m}{\pi R^2 h}$$

$$\Rightarrow M = \rho V_n = \rho S_n h = \rho \cdot \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \cdot h = \frac{m}{\pi R^2 h} \cdot \pi \frac{R^2}{4} h = \frac{m}{4}.$$

$$m_0 = (n \cdot \rho) V_0 = 3 \frac{m}{\pi R^2 h} \cdot \pi \frac{R^2}{4} h = \frac{3}{4} m.$$

$$\Rightarrow A = R g \left(\frac{3}{4} m - \frac{m}{4} \right) = \frac{m g R}{2}.$$

Ответ: $\frac{m g R}{2}$.

ШИФР

14918

$\sqrt{2}$.

Дано:

m

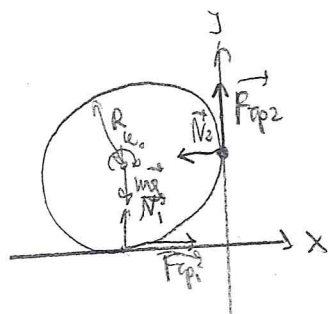
R

ω_0

μ

$n = ?$

Решение:



II 3. Кинематика:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{cp1} + \vec{F}_{cp2} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} OX: F_{cp1} - N_2 = 0 \\ OY: mg - N_1 - F_{cp2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cp1} = \mu N_1 \\ F_{cp2} = \mu N_2 \end{cases}$$

Оп. ур-ие динамики
вращат. движения:

$$J\vec{\beta} = \sum \vec{M}_i$$

Т.к. кинематическое соотношение

$$J = mR^2$$

$$\Rightarrow mR^2\beta = M_{cp1} + M_{cp2}$$

$$mR^2\beta = F_{cp1}R + F_{cp2}R$$

$$\begin{cases} \mu N_1 = N_2 \\ mg = N_1 + \mu N_2 \end{cases} \Rightarrow mg = N_1(1 + \mu^2) \Rightarrow N_1 = \frac{mg}{1 + \mu^2}$$

$$\Rightarrow F_{cp1} = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2}; F_{cp2} = \frac{\mu^2 mg}{1 + \mu^2}$$

$$mR\beta = \frac{\mu mg}{1 + \mu^2} + \frac{\mu^2 mg}{1 + \mu^2}$$

$$R\beta = \frac{\mu(1 + \mu)}{1 + \mu^2} g \Rightarrow \beta = \frac{2\mu(1 + \mu)g}{(1 + \mu^2)R}$$

Кинематическое соотношение. Формы:

$$\begin{cases} \omega_0 - \beta t = 0 \\ \Delta\varphi = \omega_0 t - \frac{\beta t^2}{2} \end{cases}$$

$$t = \frac{\omega_0}{\beta}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_0^2}{\beta} - \frac{\beta \omega_0^2}{2\beta^2} = \frac{\omega_0^2}{2\beta}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_0^2}{2} \cdot \frac{(1 + \mu^2)R}{\mu(1 + \mu)g} = \frac{\omega_0^2 R}{2g} \cdot \frac{(1 + \mu^2)}{\mu(1 + \mu)}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\omega_0^2 R}{4\pi g} \cdot \frac{(1 + \mu^2)}{\mu(1 + \mu)}$$

Ответ: $\frac{\omega_0^2 R}{4\pi g} \cdot \frac{(1 + \mu^2)}{\mu(1 + \mu)}$



ШИФР

14918

Дано:

$$V_1 = 2 \text{ мм} - \text{неск} (i=3)$$

$$V_2 = 3 \text{ мм} - \text{челн} (i=3)$$

$C = ?$

$\sqrt{3}$

Внутренне:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} - \text{по определению.}$$

Путь сечение в соот. I координат
ка-во тепло ΔQ .

Путь p_a - сечение неск, p_b - челн.

Тогда $p_0 = p_a + p_b$; $p_0 S = F_0$ - упр. площадь

из уравн Кельвина-Менделеева:

$$\frac{V_1 R T_0}{V_0} + \frac{V_2 R T_0}{V_0} = \frac{F_0}{S}$$

$$\Rightarrow (V_1 + V_2) R T_0 = k \cdot l_0 \cdot \frac{V_0}{S} = k \cdot l_0^2$$

Аналогично для сечения II: $(V_1 + V_2) R T_1 = k l_1^2$

По определению:

$$\Delta Q = A_1 + \Delta U_1 + A_2 + \Delta U_2 = \frac{3}{2} \cdot R \Delta T (V_1 + V_2) + A_1 + A_2$$

Работа газа по формул равна изменению внутренней энергии

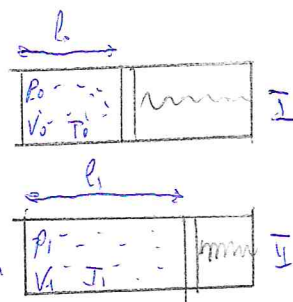
$$\text{при этом: } |A_1 + A_2| = \left| \frac{k l_0^2}{2} - \frac{k l_1^2}{2} \right| = \frac{(V_1 + V_2) R T_1}{2} - \frac{(V_1 + V_2) R T_2}{2} =$$

$$= \frac{(V_1 + V_2) R \Delta T}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \frac{3}{2} R \Delta T (V_1 + V_2) + \frac{(V_1 + V_2) R \Delta T}{2} = 2 (V_1 + V_2) R \Delta T$$

$$\Rightarrow C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = 2 (V_1 + V_2) R = 2 \cdot (2 + 3) \cdot 8,31 = 83,1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} +$$

Ответ: 83,1 $\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ +





√5.

Дано:

m_1

m_2

$a_{\text{ц.м.}} = ?$

Решение:

II 3. Высота в проекции:

$$\text{ОУ: } \begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ m_2 g - T = -m_2 a \end{cases}$$

(Умножить равенства, с.к. имеет противоположные)

$$m_1 g - m_1 a = m_2 g + m_2 a$$

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

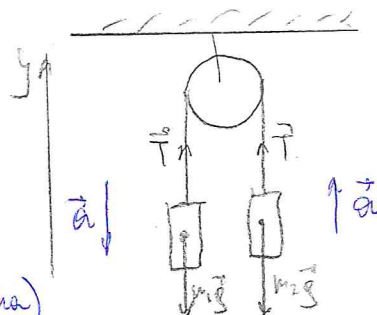
Найдём $a_{\text{ц.м.}}$ по определению:

$$a_{\text{ц.м.}} = \frac{|\sum_{i=1}^n m_i \cdot \vec{a}_i|}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{m_1 a - m_2 a}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - m_1 m_2 g - m_1 m_2 g + m_2 g}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{g(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} = g \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

Ответ: $g \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$ +

√6.



Дано:

$v_0 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$L = 1,5 \text{ м}$

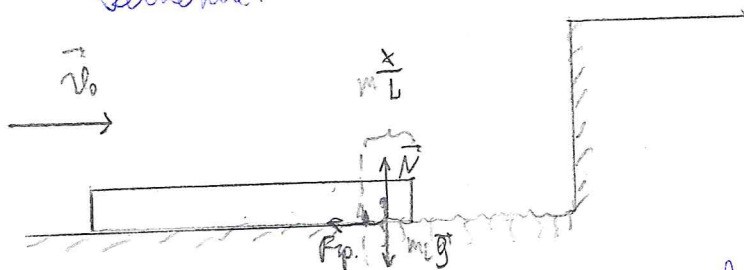
$m = 1 \text{ кг}$

$\mu = 0,15$

$S = 0,5$

$E_1 = ?$

Решение:



По мере того, как фанка заезжает на поверхность, всё движение её масса действует на поверхность $\Rightarrow$ тем больше сила трения

Найдём работу силы трения: $A_{\text{тр}} = \int F_{\text{тр}} dx = \int m g \mu dx = \int m \frac{x}{L} g \mu dx =$

$$= \frac{m g \mu x^2}{2L} \Big|_0^S = \frac{m g \mu S^2}{2L} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 0,15 \cdot 0,5^2}{2 \cdot 1,5} = 0,125 \text{ Дж.}$$

Тогда энергия, сохранившаяся, но потерянная при неупругом ударе, будет равна $E_1 = \frac{m v_0^2}{2} - 0,125 = 0,5 - 0,125 = 0,375 \text{ Дж.}$ +

Ответ: $0,375 \text{ Дж}$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

14918

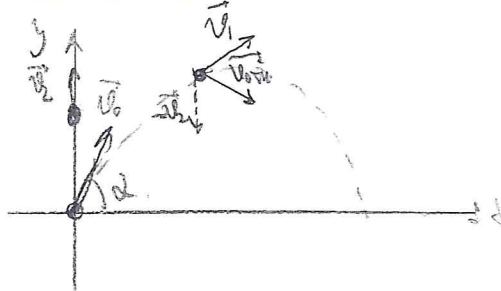
Дано:

v_0

α

$v_{\text{som}}(t) = ?$

Решение:



✓4.

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \end{cases}$$

то определим $\vec{v}_{\text{som}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ +

Тогда из теоремы: $|\vec{v}_{\text{som}}(t)| = \sqrt{v_1^2(t) + v_2^2(t) - 2v_1(t)v_2(t)\cos(180^\circ - \varphi)}$

$$v_1^2(t) = v_{x_1}^2(t) + v_{y_1}^2(t) = v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha - gt)^2 = v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2$$

$$v_2^2(t) = v_{x_2}^2(t) = (v_0 - gt)^2 = v_0^2 - 2gtv_0 + g^2 t^2$$

Угол между направлениями скорости φ :

$$\varphi = 90^\circ - \arccos \frac{v_0 \cos \alpha}{v_1}$$

$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \varphi) &= -\cos(\varphi) = -\cos\left(90^\circ - \arccos \frac{v_0 \cos \alpha}{v_1}\right) = \\ &= -\sin\left(\arccos \frac{v_0 \cos \alpha}{v_1}\right) = -\frac{\sqrt{v_1^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}}{v_1} \end{aligned}$$

Тогда

$$\Rightarrow \sqrt{v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2 + v_0^2 - 2v_0 g t + g^2 t^2 + 2v_1 v_2 \frac{\sqrt{v_1^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}}{v_1}} =$$

$$= \sqrt{2v_0^2 - 2v_0 g t (\sin \alpha + 1) + 2g^2 t^2 + 2\sqrt{(v_0^2 - 2gtv_0 + g^2 t^2) \cdot (v_0^2 - 2v_0 g t \sin \alpha + g^2 t^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha)}} \quad (*)$$

Ответ: выражение (*).