



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

19167

Класс 11

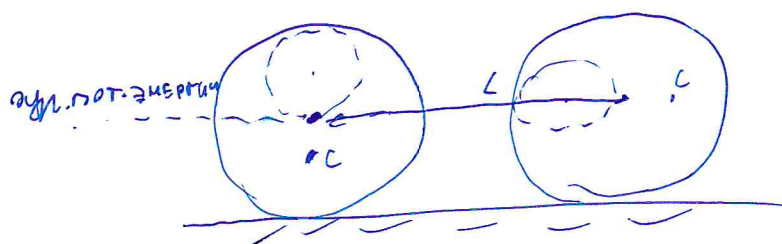
Вариант 2

Дата Олимпиады 03.03.2018

Площадка написания ГЭТУ „ЛЭТИ“

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	2	5	5	5	5	5	27	двадцать семь	

①



1) Найдем центр масс цилиндра

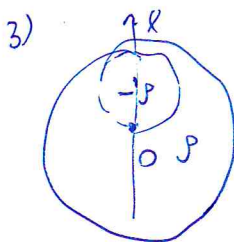
$$V_{\text{ц}} = V_{\text{ш}} - V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi R^2 H - \frac{4}{3}\pi R^2 \frac{H}{4} = \frac{3}{4}\pi R^2 H$$

объем без

$$V_{\text{ц}} = \frac{3}{4}\pi R^2 H - \frac{3}{4}\pi R^2 \frac{H}{4} = \frac{3}{4}\pi R^2 H - \frac{3}{16}\pi R^2 H = \frac{9}{16}\pi R^2 H$$

находим.

2) $\rho = \frac{m}{V_{\text{ц}}} = \frac{2m}{3\pi R^2 H}$ - плотность цилиндра



Пусть найдем центр масс - ρ , а всего цилиндра ρ .

Тогда $X_C = \frac{0 \cdot \rho \cdot \frac{3}{4}\pi R^2 H + \frac{R}{2} \cdot (-\rho \cdot \frac{\pi R^2 H}{4})}{\rho \cdot \frac{3}{4}\pi R^2 H - \rho \cdot \frac{\pi R^2 H}{4}} = -\frac{\frac{4m R \cdot \pi R^2 H}{4}}{m} = -\frac{m R \cdot \pi R^2 H}{m} = -\frac{R}{8}$

$= -\frac{R}{8}$ - расстояние от центра масс до центра цилиндра. +

4) Считаем L и угол поворота α . По и. проецируем на ось, то

$L = \alpha \cdot R \Rightarrow \alpha = \frac{L}{R} = \frac{1.5 \cdot \pi R}{R} = 1.5\pi$ - угол, на который повернется цилиндр.

5) $W_0 + A = W_1$ - закон сохранения энергии.

$W_0 = -\frac{mgR}{8}$

$W_1 = 0 \cdot mg = 0$

$A = W_1 - W_0 = 0 - (-\frac{mgR}{8}) = \frac{mgR}{8}$ - мин работа

Ответ: $\boxed{\frac{mgR}{8}}$

②



$$(ab)c = a(bc)$$

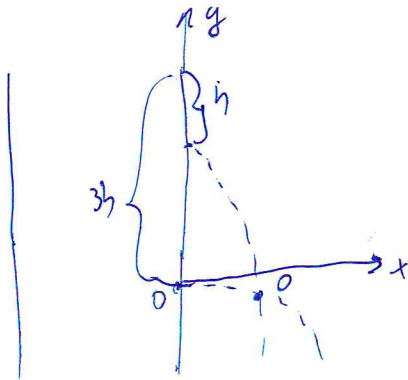
$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19167



1) $p = \rho g h$ - гидр. давление

2) $\vec{F}_2 = m\vec{a}$ (II з. Ньютона)

3) ОХ: ① $\rho g h \cdot dS = dm \frac{v}{dt}$, где dS - площадь поверхности, dm - масса вытекающей воды, dt - время вытекания порции; v - скорость воды выходящей из отверстия.

$$\rho g h dS dt = \underbrace{\left(\rho \left(\frac{v}{2}\right) \cdot dt\right)}_{dm} v$$

$\left(\frac{v}{2} - \text{м.к. } v \sim t\right)$

$2gh = v^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$ - скорость верхней струи.

② $v_2 = \sqrt{6gh}$ - скорость нижней струи.

4) $\begin{cases} y_1 = 2h - \frac{g t_1^2}{2} \\ y_2 = -\frac{g t_2^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} t_1 = \frac{x}{v_1} \\ t_2 = \frac{x}{v_2} \end{cases}$

$$\begin{cases} y_1 = 2h - \frac{g x^2}{2 v_1^2} \\ y_2 = -\frac{g x^2}{2 v_2^2} \end{cases}$$

, где можно: $y_1 = y_2$

$$2h - \frac{g x^2}{2 v_1^2} = -\frac{g x^2}{2 v_2^2}$$

$$2h - \frac{g x^2}{2 \cdot 2gh} = -\frac{g x^2}{2 \cdot 6gh}$$

$$\frac{g x^2}{2gh} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) = 2h$$

$$x^2 \left(\frac{3-2}{12} \right) = 2h^2$$

$$x^2 = 12h^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}h - \text{ищется расстояние}$$

Ответ: $2\sqrt{3}h$

③

1) По к. в отрезке $\Delta x = 0$ и пружина, то $F_g = k_0 x$ и $F_g = pS$ (где p - давление газа) в равновесии. (S - площадь попереч. сечения)

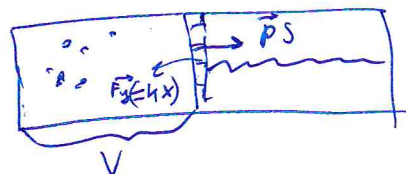
2) $dA = F \cdot dx = pS \cdot dx = p \cdot dV$ - элементарная работа.

3) $A = \sum dA = \sum p dV$ - суммарная работа.

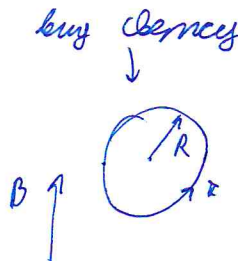
4) $A = \sum p dV = \sum \frac{kx}{S} \cdot S dx = \sum kx dx = \frac{kx^2}{2} \Big|_0^{hx} = \frac{kx^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{kx^2}{2} (n^2 - 1)$.

5) $\begin{cases} p = \frac{kx}{S} \\ V = x \cdot S \end{cases} \quad pV = kx^2 \Rightarrow A = \frac{pV}{2} (n^2 - 1) = \frac{20^4 \text{ Па} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{2} (3^2 - 1) = 4 \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 16 \text{ кДж}$

Ответ: 16 кДж



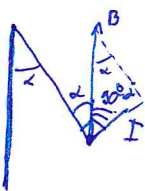
$p(x) = \frac{kx}{S}$, если $V' = nV$, то $x'S = n \cdot xS \Rightarrow x' = nx$



1) Рассчитаем одну из любовных кассет.

$dF_A = B I dL \sin \beta$ - cила Ампера на элемент длины проводника с током I - угол между B и I .

2)



$$dF_A = B I dL \cdot \cos \alpha$$

$$dL = d\alpha \cdot R$$

$$dF_A = B I R \cos \alpha \, d\alpha$$

$$F_{A1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F_A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} B I R \cos \theta d\theta = B I R \sin \theta \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = B I R (\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0) = B I R$$

3) Как видно, среда обитания, действующая на калыво, полисимметрична.

Трехматрикс наивысшей сим-рии сим  (4-кратная симметрия вращения)



$$\begin{aligned} dM &= (R - R \cos \alpha) \cdot BIR \cos \alpha d\alpha = \\ &= BIR^2 (1 - \cos \alpha) \cos \alpha d\alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow M_z &= \int dM = BIR^2 \int_0^{2\pi} (1 - \cos \alpha) \cos \alpha d\alpha = \\ &= BIR^2 \left[\frac{1}{2} \sin 2\alpha - \frac{1}{4} \cos 2\alpha \right]_0^{2\pi} = BIR^2 \left(\frac{1}{2} \sin 4\pi - \frac{1}{4} \cos 4\pi \right) = \\ &= BIR^2 \left(\frac{1}{2} \cdot 0 - \frac{1}{4} \cdot 1 \right) = -\frac{1}{4} BIR^2 \end{aligned}$$

Ans: $\frac{7\pi}{8}$

1) $\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_g + \vec{F}_c + \vec{F}_f$

72. 2) ~~Entscheidungsbaum R-GL,
(2-3-4-Baum, 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-29-30-31-32-33-34-35-36-37-38-39-40-41-42-43-44-45-46-47-48-49-50-51-52-53-54-55-56-57-58-59-60-61-62-63-64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95-96-97-98-99-100-101-102-103-104-105-106-107-108-109-110-111-112-113-114-115-116-117-118-119-120-121-122-123-124-125-126-127-128-129-130-131-132-133-134-135-136-137-138-139-140-141-142-143-144-145-146-147-148-149-150-151-152-153-154-155-156-157-158-159-160-161-162-163-164-165-166-167-168-169-170-171-172-173-174-175-176-177-178-179-180-181-182-183-184-185-186-187-188-189-190-191-192-193-194-195-196-197-198-199-200-201-202-203-204-205-206-207-208-209-210-211-212-213-214-215-216-217-218-219-220-221-222-223-224-225-226-227-228-229-230-231-232-233-234-235-236-237-238-239-240-241-242-243-244-245-246-247-248-249-250-251-252-253-254-255-256-257-258-259-260-261-262-263-264-265-266-267-268-269-270-271-272-273-274-275-276-277-278-279-280-281-282-283-284-285-286-287-288-289-290-291-292-293-294-295-296-297-298-299-300-301-302-303-304-305-306-307-308-309-310-311-312-313-314-315-316-317-318-319-320-321-322-323-324-325-326-327-328-329-330-331-332-333-334-335-336-337-338-339-340-341-342-343-344-345-346-347-348-349-350-351-352-353-354-355-356-357-358-359-360-361-362-363-364-365-366-367-368-369-370-371-372-373-374-375-376-377-378-379-380-381-382-383-384-385-386-387-388-389-390-391-392-393-394-395-396-397-398-399-400-401-402-403-404-405-406-407-408-409-410-411-412-413-414-415-416-417-418-419-420-421-422-423-424-425-426-427-428-429-430-431-432-433-434-435-436-437-438-439-440-441-442-443-444-445-446-447-448-449-450-451-452-453-454-455-456-457-458-459-460-461-462-463-464-465-466-467-468-469-470-471-472-473-474-475-476-477-478-479-480-481-482-483-484-485-486-487-488-489-490-491-492-493-494-495-496-497-498-499-500-501-502-503-504-505-506-507-508-509-510-511-512-513-514-515-516-517-518-519-520-521-522-523-524-525-526-527-528-529-530-531-532-533-534-535-536-537-538-539-540-541-542-543-544-545-546-547-548-549-550-551-552-553-554-555-556-557-558-559-560-561-562-563-564-565-566-567-568-569-570-571-572-573-574-575-576-577-578-579-580-581-582-583-584-585-586-587-588-589-590-591-592-593-594-595-596-597-598-599-600-601-602-603-604-605-606-607-608-609-610-611-612-613-614-615-616-617-618-619-620-621-622-623-624-625-626-627-628-629-630-631-632-633-634-635-636-637-638-639-640-641-642-643-644-645-646-647-648-649-650-651-652-653-654-655-656-657-658-659-660-661-662-663-664-665-666-667-668-669-670-671-672-673-674-675-676-677-678-679-680-681-682-683-684-685-686-687-688-689-690-691-692-693-694-695-696-697-698-699-700-701-702-703-704-705-706-707-708-709-710-711-712-713-714-715-716-717-718-719-720-721-722-723-724-725-726-727-728-729-730-731-732-733-734-735-736-737-738-739-740-741-742-743-744-745-746-747-748-749-750-751-752-753-754-755-756-757-758-759-760-761-762-763-764-765-766-767-768-769-770-771-772-773-774-775-776-777-778-779-780-781-782-783-784-785-786-787-788-789-790-791-792-793-794-795-796-797-798-799-800-801-802-803-804-805-806-807-808-809-810-811-812-813-814-815-816-817-818-819-820-821-822-823-824-825-826-827-828-829-830-831-832-833-834-835-836-837-838-839-840-841-842-843-844-845-846-847-848-849-850-851-852-853-854-855-856-857-858-859-860-861-862-863-864-865-866-867-868-869-870-871-872-873-874-875-876-877-878-879-880-881-882-883-884-885-886-887-888-889-890-891-892-893-894-895-896-897-898-899-900-901-902-903-904-905-906-907-908-909-910-911-912-913-914-915-916-917-918-919-920-921-922-923-924-925-926-927-928-929-930-931-932-933-934-935-936-937-938-939-940-941-942-943-944-945-946-947-948-949-950-951-952-953-954-955-956-957-958-959-960-961-962-963-964-965-966-967-968-969-970-971-972-973-974-975-976-977-978-979-980-981-982-983-984-985-986-987-988-989-990-991-992-993-994-995-996-997-998-999-1000-1001-1002-1003-1004-1005-1006-1007-1008-1009-1010-1011-1012-1013-1014-1015-1016-1017-1018-1019-1020-1021-1022-1023-1024-1025-1026-1027-1028-1029-1030-1031-1032-1033-1034-10~~

$\|F_1\| = \|F_2\|$ - м.н. же наобаче бланку
а м.насто асплануэпэс м.насто III з.
м.насто * т.т. II з. м.н. упрот непра-
м.насто.

3) OG: (1) $\frac{m_0}{2}g + m_1g - T_1 = \left(\frac{m_0}{2} + m_1\right)a$

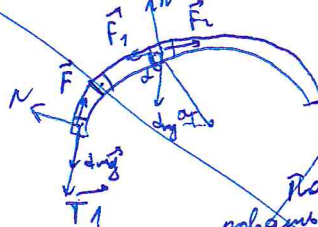
$$\textcircled{2} \quad \underline{m_1} \frac{a}{2} + m_2 a - T_2 = -(m_1 + m_2) a$$

$$(7) \rightarrow (m_1 + m_2)g = (m_0 + m_1 + m_2)a$$

~~$$a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + m_3}$$~~

Answer: $\frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$

2) ~~Тяжелее находил Елиза Р. Вальтерсбург, чем в Берлине, не
находилась на дворе~~ ~~Вальтерсбург, не на~~



~~Задача Веровича не имеет
по существу никакого значения;
заключен П. В. Ивановна
на материальном основании
отб.~~

$$F_1 - F_2 + dm g \cos \theta = dm a$$

Fluorine, was eine spezifische
rolante bei manchen Organismen des
Körperbaus ist

~~близ нуля, но не в нуле~~
~~ча $T_1 = T_2 + \int \sin \alpha \, d\alpha = m a, \text{ м.к.}$~~

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - q \cdot \vec{E} \quad \text{— по III з. закон Ньютона}$$

$$\int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \rho \, d\theta \, d\phi \cos \theta = \int_0^{\pi} \frac{m}{C} d\theta \cos \theta =$$

$$= \frac{2mg}{\epsilon}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

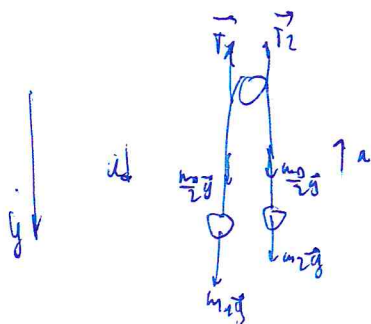


Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19/67

5



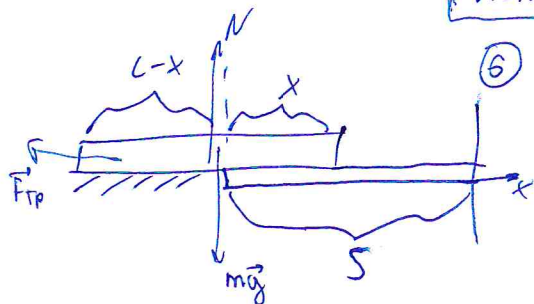
1) $\vec{F}_T = m\vec{a}$ (вз. моментов)

2) При $R \ll L$ (R - радиус шкива; L - длина веревки) можно считать, что $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$, т.к. на шкиве почти несравнимо малая часть веревки.

3) $a_1 = a_2 = a$ - т.к. нить нерастяжима.

$$\begin{aligned} 4) \text{ ОУ: } \left. \begin{aligned} \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)g - T &= \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)a \\ \left(\frac{m_2}{2} + m_1\right)g - T &= -\left(\frac{m_2}{2} + m_1\right)a \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (m_1 - m_2)g &= (m_1 + m_2)a \\ a &= \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + m_2} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + m_2}$



6

1) $\vec{F}_T = m\vec{a}$ (вз. моментов)

2) Нужно найти зависимость силы трения от x , где x - расстояние от точки равновесия до точки S .

3) $F_{тр} = \mu N$ - з. закона - Кулона

4) для равновесия: $N = \frac{mg}{2}$; $F_{тр} = \mu N = \frac{\mu mg}{2}$

5) ОУ: $F_{тр} = ma_x$

$$ma_x = -\frac{\mu mg x}{L}$$

$$m\ddot{x} = -\frac{\mu mg x}{L}$$

$$\ddot{x} = -\frac{\mu g}{L}x \text{ - уравнение гармонического колебания}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu g}{L}}$$

6) $\frac{mv^2}{2} + A = \frac{mv_k^2}{2}$ - з. закон энергии (v - нач. скорость; v_k - конеч. скорость).

$$\frac{mv^2}{2} - \int_0^S \frac{\mu mg x}{L} dx = \frac{mv_k^2}{2}$$

$$v^2 - 2 \int_0^S \frac{\mu g x}{L} dx = v_k^2$$

$$v_k^2 = v^2 - 2 \frac{\mu g S^2}{L} = v^2 - \frac{\mu g S^2}{L}$$

7) $v(t) = v \cdot \cos(\omega t)$

$$v(0) = v$$

$$v(t_0) = v_k = v \cdot \cos(\omega t_0), \text{ где } t_0 \text{ - время от начала движения до } S.$$

$$v_k = v \cdot \cos(\omega t_0) \quad | \cdot 1^2$$

$$v_k^2 = v^2 \cos^2(\omega t_0)$$

$$v^2 - \frac{\mu g S^2}{L} = v^2 \cos^2(\omega t_0)$$

$$v^2 (1 - \cos^2(\omega t_0)) = \frac{\mu g S^2}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{\mu g S^2}{L \sin^2(\omega t_0)}} = \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cdot \frac{S}{\sin(\frac{\mu g}{L} t_0)} = \sqrt{\frac{0,15 \cdot 10 \cdot 2}{1,5}} \cdot \frac{0,5}{\sin(\frac{0,15 \cdot 10}{1,5} \cdot 0,74)} \approx 0,74 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: $0,74 \frac{\text{м}}{\text{с}}$