

ШИФР 14635

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	12	8	0	1	57	пятьдесят семь	Кеша

~~в1.~~
$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75 =$$

$$= \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5(\frac{1}{-2})^2 + (\frac{3}{2})^2} + 4,75 = \frac{1,25}{5} + 4,75 = 5$$

$$60\% \text{ от } A: \frac{5 \cdot 60}{100} = 3$$

ответ: 3

в2. Пусть объем газа, добытой компанией
 «Новатэк» — $\frac{1}{5}x$, тогда

Новатэк — $\frac{1}{5}x$

Роснефть — $\frac{1}{2}x$

Лукойл — $\frac{1}{10}x$

Газпром нефть — $0,3 \cdot \frac{1}{2}x$

т.к. «Роснефть» добывает из 8 млрд. куб. м
 больше, чем остальные компании вместе,

то
$$\frac{1}{2}x = 8 + \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + \frac{0,3}{2}x$$

ШИФР 14635

$$5x = 80 + 2x + x + 1,5x$$

$$0,5x = 80$$

$$x = 160$$

Сред., "Новатэк" - $\frac{160}{5} = 32$ млрд. куб. м

"Роснефть" - 80 млрд. куб. м

"Лукойл" - 16 млрд. куб. м

"Газпром нефть" - 24 млрд. куб. м.

н4. $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

Т.к. $\sqrt{x^3 - 3x + 1} \geq 0$, то $x - 1 \geq 0$
 $x \geq 1$.

Д. у.

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^3 - 3x + 1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2 \end{cases}$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x > 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

не уст. Д. у.

$$(x \geq 1)$$

$$D = 1 + 4 = (\sqrt{5})^2$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

не уст. Д. у., т.к. $\frac{1 - \sqrt{5}}{2} < -\frac{1}{2}$
 $(x \geq 1)$ $(\sqrt{5} \approx 2,236)$

4

8



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 14635

Проверка из Д. У. $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$;

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \geq 1 \text{ (верно)}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \frac{3(1+\sqrt{5})}{2} + 1 \geq 0$$

$$\sqrt{5} \approx 2, \dots, \frac{27}{8} = \frac{9}{2} \neq 1, \dots, \frac{27+8-36}{8}$$

$$\frac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}-12(1+\sqrt{5})+8}{8} \geq 0$$

$$24+8\sqrt{5}-12-12\sqrt{5} \geq 0$$

$$12 \geq 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} < 3$$

верно.

Ответ: $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

W5. $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$(\sin^2 \alpha - \sin \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha) + (\cos^2 \alpha - \cos \alpha)(\cos^2 \alpha + \cos \alpha)$$

$$\frac{(\sin^3 \alpha - \sin \alpha)(\sin^3 \alpha + \sin \alpha) + (\cos^3 \alpha - \cos \alpha)(\cos^3 \alpha + \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha(\sin \alpha - 1)(\sin \alpha + 1) + \cos^2 \alpha(\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)} = \frac{2}{3}$$

ШИФР 14635

$$\frac{\sin^2 \alpha (\sin \alpha - 1)(\sin \alpha + 1) + \cos^2 \alpha (\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)}{-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + 1) - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + 1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha (\sin \alpha - 1)(\sin \alpha + 1) + \cos^2 \alpha (\cos \alpha - 1)(\cos \alpha + 1)}{-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + 1 + \cos^2 \alpha + 1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \cos \alpha - \cos \alpha - 1)}{-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{2 н.г.}$$

н7. $\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$

0.0.3.

$$\begin{cases} -x^2 + 8x - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ -x^2 + 9x - 18 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 8x + 7 \leq 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 7 = 6^2$$

$$x = \frac{8 \pm 6}{2} = 4 \pm 3$$

$$x_1 = 7 \quad x_2 = 1$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline 1 \quad 7 \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in [1; 7]$$

$$-x^2 + 9x - 18 \geq 0$$

$$x^2 - 9x + 18 \leq 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 18 = 3^2$$

$$x = \frac{9 \pm 3}{2}$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ | \quad | \quad | \\ 3 \quad 6 \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in [3; 6]$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = 3$$

О.О.З.

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ x \in [1; 7] \\ x \in [3; 6] \end{cases} \sim \underline{x \in [3; 6]}$$

$$\sqrt{9x - x^2 - 7} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} + \sqrt{11 - x}$$

т.к. обе части неравенства неотрицательны, то

$$9x - x^2 - 7 \geq 9x - x^2 - 18 + 2\sqrt{(11-x)(9x - x^2 - 18)} + 11 - x$$

$$2\sqrt{(11-x)(9x - x^2 - 18)} \leq 0$$

$$(11-x)(9x - x^2 - 18) \leq 0$$

$$(11-x)(x^2 - 9x + 18) \geq 0$$

$$x > 11$$

~~$$x^2 - 9x + 18 \leq 0$$~~

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

О.О.З. $x > 3$ $x > 6$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \quad - \\ | \quad | \quad | \quad | \\ 3 \quad 6 \quad 11 \end{array} \rightarrow x$$

Ответ: ~~неравенство не имеет решений~~
 $x = 3; 6$

12

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$



ШИФР

14635

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

Д. 4.
 $\sin x \neq 0$
 $\cos x \neq 0$

Т.к. $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$, то

$$\left(\sin x - \frac{1}{\sin x} \right)^2 + \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} \right)^2 + \left(\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} \right)^2 = 1$$

$$\frac{\cos^6 x + \sin^6 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = 1$$

$$\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\sin^4 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = 0$$

$$(\sin^2 x - \cos^2 x)^2 = 0$$

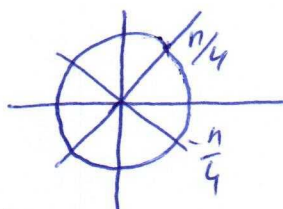
$$\sin^2 x = \cos^2 x$$

уравнение однородное ($\sin x \neq 0$, $\cos x \neq 0$ по Д. 4.)

$$\tan^2 x = 1$$

$$\tan x = \pm 1$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



8

1. ~~$x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k$~~

$$x = \begin{cases} \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$\sin y = 0 \Rightarrow y = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

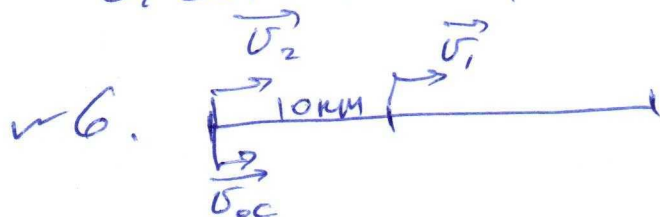
при
введении
в квадрат
возможны
появление
лишних
корней.



ШИФР 14635

2.
$$\begin{cases} x = \begin{bmatrix} -\frac{n}{4} + 2\pi k, \\ -\frac{3n}{4} + 2\pi k, \end{bmatrix} & k \in \mathbb{Z} \\ \sin y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = -\frac{n}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$



$$\begin{aligned} v_{0c} &= 12 \text{ км/ч} \\ v_1 &= 3 \text{ км/ч} \\ v_2 &= 5 \text{ км/ч} \\ S &= 10 \text{ км} \end{aligned}$$

$$t_{\text{встречи путешественников}} = \frac{S}{v_2 - v_1} = \frac{10}{2} = 5 \text{ ч}$$

$t_{\text{встречи путешественников}}$ - время в течение, которую она будет идти со своей скоростью.

$$\Rightarrow S = v_{0c} \cdot t_{\text{встречи путешественников}} = 5 \cdot 12 = 60 \text{ км}$$

Ответ: 60 км

10. $(4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a > 0$

$a=2, -x-26+33 > 0$
 $x < 7$

$$D = (13a-27)^2 - 4(4-2a)(33-13a) < 0$$

$$5 \cdot 13a^2 - 26 \cdot 27a + 13 \cdot 169 + 8 \cdot 33a + 27^2 - 16 \cdot 33 < 0$$

$$65a^2 - 230a + 201 < 0$$

$$D = 230^2 - 4 \cdot 65 \cdot 201 = 52900 - 52260 = 640 = (8\sqrt{10})^2$$

$$a = \frac{230 \pm 8\sqrt{10}}{130}$$

$$a \in \left(\frac{230-8\sqrt{10}}{130}, \frac{230+8\sqrt{10}}{130} \right)$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

14635

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ C1=CC=CC=C1

$$a \in \left(\frac{230 - 8\sqrt{10}}{130}, \frac{230 + 8\sqrt{10}}{130} \right) \text{ входит}$$

в промежуток $1 < a < 3$

Требования
найтих!