ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14984

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	7 1/2	8	4	6	12	12	—		51	пятьдесят один	

№1

$$A=\frac{2^{-2}+2018^0}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}\div 4{,}75\cdot=\frac{0{,}25+1}{4-\frac{5}{4}+\frac{9}{4}}+4{,}75=$$

$$=\frac{1{,}25}{5}+4{,}75=0{,}25+4{,}75=5$$

$0,6A=5\cdot 0,6=3$ (4)

Ответ: 3

№4

$\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$

$\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$

ОДЗ: $x-1\geq 0$

$x\geq 1\Rightarrow x\in[1;+\infty)$

$x^3-3x+1=(x-1)^2$.

$x^3-3x+1=x^2-2x+1$

$x^3-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-x-1=0\ (1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (\text{п.а. не входит в ОДЗ})\\x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\ (\text{п.к.})\ \text{не входит в ОДЗ}\end{array}\right.\Rightarrow$

(1) $x^2-x-1=0$

$D=5$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left[x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right.$ (8)

Ответ: $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

№7.

ООЗ: $\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$

$$\begin{cases} 8x-x^2-7 \geq 0 \\ 11-x \geq 0 \\ 9x-x^2-18 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-8x+7 \leq 0 \\ x \leq 11 \\ x^2-9x+18 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-7) \leq 0 \\ x \leq 11 \\ (x-3)(x-6) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in [1;7] \\ x \in (-\infty;11] \\ x \in [3;6] \end{cases} \Rightarrow x \in [3;6]$$

$$\sqrt{8x-x^2-7} = \sqrt{9x-x^2-18} + \sqrt{11-x}$$

$$8x-x^2-7 \geq 9x-x^2-18 + 2\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)} + 11-x$$

$$2\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)} \leq 0, \text{ т.к. корень} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)} = 0$$

$$(x-11)(x^2-9x+18) = 0 \quad (12)$$

$$(x-11)(x-3)(x-6) = 0$$

$$\begin{bmatrix} x=11 \text{ (не входит в ООЗ)} \\ x=3 \\ x=6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x=3 \\ x=6 \end{bmatrix}$$

Ответ: $x=3$; $x=6$.

№2.

Пусть x – всего гвоздей, тогда Новатор – $\frac{1}{5}x$, Роснефть – $\frac{1}{2}x$, Лукойл – $\frac{1}{10}x$, а Газпром – $1-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{3}{10}x$

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}x = -8 + \frac{1}{2}x$$

$$\frac{3}{10}x + \frac{3}{20}x - \frac{1}{2}x = -8$$

$$\frac{6+3-10}{20}x = -8 \Rightarrow -\frac{1}{20}x = -8 \Rightarrow x = 160$$

Новатор: $\frac{1}{5}\cdot 160 = 32$ млрд тонн

Роснефть: $\frac{1}{2}\cdot 160 = 80$ млрд тонн.

Лукоил: $\frac{1}{10} \cdot 160 = 16$ млрд тонн. ⇒ Всего!
Газпром: $\frac{3}{20} \cdot 160 = 24$ млрд тонн.

Ответ: Всего: 152 млрд тонн.
Ковалэк: 32 млрд тонн.
Роснефть: 80 млрд тонн.
Лукоил: 16 млрд тонн.
Газпром: 24 млрд тонн.

✓ (4)

№3

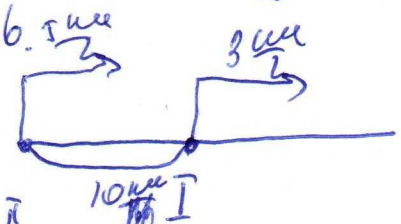
Т.к. чтобы все удовлетворялось нужно иметь 2018 посадочных мест ⇒ посадочных $\geq$ посадок круга

$2018 \cdot 144 \leq (258)^2 \cdot \pi$

$290592 \leq 66564 \cdot \pi$ ⇒ неверно, т.к. далее если брать π число $> \pi$, неравенство неверно ⇒ невозможно разместить 2018 деревьев на поле с $R = 258$ см ⇒ кол-во деревьев < 2018.

(1)

№6. т.к. $V_I = 3 \frac{см}{с}$ $V_{II} = 5 \frac{см}{с}$ $S_{доп} = 10$ см. $V_{ногти} = 15 \frac{см}{с}$?



$V_{доп} = V_{II} - V_I = 2$ см/с ✓

$t_{догона} = \frac{S_{доп}}{V_{доп}} = \frac{10}{2} = 5$ с. ⇒

$S_{ногти} = V_{ногти} \cdot t_{доп} =$

$S_{доп} = 10$ см.

⇒ Оса будет лететь 5 часов

$= 15 \cdot 5 = 75$ см.

(6)

Ответ: 75 см.

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14984

№8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \quad (1) \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \quad (2) \end{cases}$$

ОДЗ - ?

$\sin^2 x$

$\sin^2 y = 1 - \cos^2 y.$

(1) $\sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} = \sin^2 y$? ≥ 0?

$\sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} = 1 - \cos^2 y.$

$\cos^2 y = -\sin^2 x + 3 - \frac{1}{\sin^2 x}$

(2) $\cos^2 y = \cos^2 x - 2 + \frac{1}{\cos^2 x}$

$-\sin^2 x + 3 - \frac{1}{\sin^2 x} = \cos^2 x - 2 + \frac{1}{\cos^2 x}$

$\sin^2 x + \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} - 2 = 3 - \frac{1}{\sin^2 x}$

$\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = 4.$

$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow^{\cdot 4} \sin^2 x \cdot \cos^2 x = \frac{1}{4}.$

$\left[\begin{array}{l} \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \Big| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 2 \end{array} \quad \left[\begin{array}{l} 2\sin x \cos x = 1 \\ 2\sin x \cdot \cos x = -1 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -1. \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi l, l \in Z \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z \\ x = -\frac{\pi}{4} + \pi l, l \in Z. \end{array}\right.$

$\cos^2 y = -\sin^2 x + 3 - \frac{1}{\sin^2 x} = -\frac{1}{2} + 3 - 2 = \frac{1}{2}.$ ⇒

(12)

$\Rightarrow$ ~~cos~~ $\left[\begin{array}{l} y = \frac{\pi}{4} + 2\pi q, q \in Z \\ y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z \end{array}\right. \Rightarrow$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + 2\pi n\right); \left(\frac{\pi}{4} + \pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right); \left(-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right);$

$\left(-\frac{\pi}{4} + \pi z; -\frac{\pi}{4} + 2\pi z\right)$

№4

$((4+2a)x^2+(3a-27)x+13a+33>0$

$D=(13a-27)^2+4(13a-33)(4-2a)=$

№5.

$$\frac{\sin^4 x+\cos^4 x-1}{\sin^6 x+\cos^6 x-1}=\frac{2}{3}$$

Пусть $\sin^2 x=t$.

$$\frac{t^2+(1-t)^2-1}{t^3+(1-t)^3-1}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{t^2+(1-t)^2-1}{t^3+(1-t^4)^3-1}=\frac{t^2+t^4-2t^2+1-1}{t^3-(t^2-1)^2-1}=$$

$$=\frac{t^4-t^2}{t^3-t^6+3t^4-3t^2}\cdot\frac{t^4-t^2}{t^3-t^6+3t^4-3t^2+1-1}=$$

$$=\frac{t^2(t-1)(t+1)}{t^2(t-t^4+3t^2-3)}=\frac{(t-1)(t+1)}{t-t^4+3t^2-3}=$$

тогда по схеме Горнера разложим знаменатель $P(1)=0$.

	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0
	-1	0	3	1	-3
		-1	-1	2	3
1	-1	-1	2	3	0

$\Rightarrow -t^4+t+3t^2-3=(t-1)(-t^3-t^2+2t+3)$

$$=\frac{(t-1)(t+1)}{(t-1)(-t^3-t^2+2t+3)}=\frac{t+1}{(-t^3-t^2+2t+3)}$$

тогда: $\frac{t+1}{-t^3-t^2+2t+3}=\frac{2}{3}$

$3t+3=-2t^3-2t^2+4t+6.$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14984

$-2t^3-2t^2+t+3=0$

$2t^3+2t^2-t-3=0$

подставим $t=1$,

$2+2-1-3=0 \Rightarrow 1$ – корень

По схеме Горнера.

	A_3	A_2	A_1	A_0
	2	2	−1	−3
		2	4	3
1	2	4	3	0

$\Rightarrow 2t^3+2t-t-3=(t-1)(2t^2+4t+3)$

$(t-1)(2t^2+4t+3)=0$

$2t^2+4t+3>0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-1 \end{array}\right. \Rightarrow$ уравнение имеет решения

Ч.Т.Д.

$\Rightarrow$ равенство верно ч.т.д.