

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ ИМЕНИ И.З. БАУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	0	12	14	0	0	50	пятьдесят	Кеш

$$1) A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{0,25 + 1}{4 - 5 \cdot 0,25 + 2,25} + 4,75 = \frac{1,25}{5} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5$$

$$0,6A = 0,6 \cdot 5$$

$$0,6A = 3.$$

Ответ: 3

2) Пусть компания «Новатэк» добыла x (млрд. куб. м.) газа, компания «Госнефть» y (млрд. куб. м.), компания «ЛУКОЙЛ» z (млрд. куб. м.), компания «Газпром нефть» t (млрд. куб. м.).

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} y - x - z - t = 8 & (1) \\ 0,3y = t & (2) \\ x = 0,4y & (3) \\ z = 0,2y & (4) \end{cases}$$

$$0,3y = t$$

$$x = 0,4y$$

$$z = 0,2y$$

Подставим (2), (3), (4) в (1):

$$y - 0,4y - 0,2y - 0,3y = 8$$

$$0,1y = 8$$

$$y = 80.$$

тогда $y = 80$, $t = 24$

$$x = 32$$

$$z = 16.$$

Ответ: «Новатэк» — 32 млрд. куб. м.

«Госнефть» — 80 млрд. куб. м.

«ЛУКОЙЛ» — 16 млрд. куб. м.

«Газпром нефть» — 24 млрд. куб. м.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15710

$$4) \sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$① x \geq 1$$

$$② \sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \quad \uparrow^2$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

с учетом п. ① $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Проверка:

$$\sqrt{\frac{1 + 3\sqrt{5} + 15 + 5\sqrt{5}}{8}} - \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2} + 1 - \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = -1$$

$$\sqrt{\frac{12 - 4\sqrt{5}}{8}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - 1$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4} - 1 - \sqrt{5} + 1$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} - \text{верно} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - \text{является корнем данного уравнения}$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$5) \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - \sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^6 x + \cos^6 x - \sin^4 x - \cos^2 x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\sin^2 x (\sin^2 x - 1) + \cos^2 x (\cos^2 x - 1)}{\sin^2 x (\sin^4 x - 1) + \cos^2 x (\cos^4 x - 1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{(1 - \cos^2 x) \cdot (-\cos^2 x) + \cos^2 x (\cos^2 x - 1)}{(1 - \cos^2 x) (\sin^2 x - 1) (\sin^2 x + 1) + \cos^2 x (\cos^2 x - 1) (\cos^2 x + 1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2 \cos^2 x (\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x (\cos^2 x - 1) (\sin^2 x + 1) + \cos^2 x (\cos^2 x - 1) (\cos^2 x + 1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2 \cos^2 x (\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x (\cos^2 x - 1) (\sin^2 x + 1 + \cos^2 x + 1)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \text{верно}$$

т.т.г.

$$(ab)c = a(bc)$$

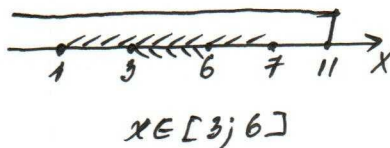
$$E = mc^2$$



$$7) \sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0, \\ 11 - x \geq 0, \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-7)(x-1) \leq 0, \\ x \leq 11, \\ (x-6)(x-3) \leq 0; \end{cases}$$



$$2) \sqrt{8x - x^2 - 7} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} + \sqrt{11 - x} \quad ?^2$$

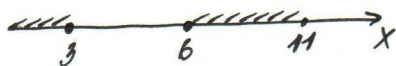
$$8x - x^2 - 7 \geq 9x - x^2 - 18 + 2\sqrt{(9x - x^2 - 18)(11 - x)} + 11 - x$$

$$\sqrt{(9x - x^2 - 18)(11 - x)} \leq 0$$

$$(9x - x^2 - 18)(11 - x) \leq 0$$

$$(x^2 - 9x + 18)(x + 11) \leq 0$$

$$(x-6)(x-3)(x-11) \leq 0$$



с учетом п. 1) $x \in [3; 6]$

Ответ: 3; 6

12

$$8) \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y, \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y; \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} \sin x \neq 0, \\ \cos x \neq 0; \\ x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 1 - \sin y \sin x = 0, \\ \cos^2 x - 1 - \cos y \cos x = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\cos^2 x - \sin x \sin y = 0, \\ -\sin^2 x - \cos x \cos y = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos^2 x + \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y)) = 0, \\ \sin^2 x + \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y)) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0, \\ 2\sin^2 x + \cos(x-y) + \cos(x+y) = 0; \end{cases}$$

$$(+)\begin{cases} 2 + 2\cos(x-y) = 0, \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(x-y) = -1, \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (1) \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (1) \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (1) \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (1) \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = \pi + y + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad (1) \\ 2\cos^2 x + \cos(x-y) - \cos(x+y) = 0; \end{cases} \quad (2)$$

подставим (1) в (2):

14



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

15710

$$2 \cos^2(\pi + y) + \cos \pi - \cos(\pi + 2y) = 0$$

$$2 \cos^2 y + \cos 2y + (-1) = 0$$

$$2 \cos^2 y + 2 \cos^2 y - 1 - 1 = 0$$

$$4 \cos^2 y - 2 = 0$$

$$\cos^2 y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1 + \cos 2y}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2y = 0$$

$$2y = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{4} + \frac{5\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

K, n!

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5\pi}{4} + \frac{5\pi k}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} \right), k \in \mathbb{Z}$$