

ШИФР 16224

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	12	12	0	8	68	шесть-десять-восемь	Кеш

$$\text{N1 } A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5 \cdot (-2)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75$$

$$A = \frac{\frac{5}{4}}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 \Rightarrow A = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{20} + 4,75$$

$$A = \frac{1}{4} + 4,75; A = 5, \text{ тогда } 60\% \text{ от } A:$$

$$5 \cdot \frac{3}{5} = 3$$

Ответ: 3

(4)

N2 Пусть x - общий объем нефти, тогда составим ур-е:
 $\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + \frac{3}{20}x = \frac{1}{2}x - 8$, где $\frac{3}{20}x$ - объем "Газпрома",

$$\frac{9}{20}x = \frac{1}{2}x - 8$$

$$\frac{1}{20}x = 8$$

$x = 160$ млрд. куб, тогда:

Ответ:

"Новатэк" - $\frac{160}{5} = 32$ млрд. м³
 "Роснефть" - $\frac{160}{2} = 80$ млрд м³
 "Лукойл" - $\frac{160}{10} = 16$ млрд. м³
 "Газпром" $0,3 \cdot 80 = 24$ млрд. м³.

(4)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 16224

$$\sqrt{4} \sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

По равносильным преобразованиям:

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 1 = (x-1)^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \\ x \geq 1 - \text{О.Д.З.} \end{cases}$$

, тогда решим
1-е ур-е системы:

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 - \text{не подходит по ОДЗ} \\ x^2 - x - 1 = 0, \text{ тогда} \end{cases}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

8

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{5}}{2} - \text{не подходит по ОДЗ} \\ \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ тогда} \end{cases}$$

Ответ:

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$N5 \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sin^4 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)^2 - 1}{\sin^6 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)^3 - 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\sin^4 \alpha + 1 - 2\sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + 1 - 3\sin^4 \alpha + 3\sin^2 \alpha - \sin^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}, \text{ тогда:}$$

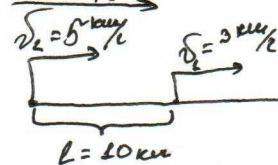
$$\frac{2\sin^4 \alpha - 2\sin^2 \alpha}{3\sin^4 \alpha - 3\sin^2 \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1)}{3\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3}, \text{ т.т.г.}$$

8

№6

Составим схему:



где v_1 - первый путешественник
 v_2 - второй путешественник
 v_3 - оса.

12

Очевидно, что встреча путешественников произойдет через 5 часов, т.к.:

$$5 \cdot v_2 = 5 \cdot v_1 + 10, \text{ проверим: } 25 \text{ км} = 25 \text{ км, и.т.д., тогда:}$$

$S_{\text{оса}} = v_3 \cdot t, S_{\text{оса}} = 12 \text{ км/ч} \cdot 5 \text{ ч} = 60 \text{ км}$, т.к. все 5 часов оса движалась без остановок, с одной скоростью.

Ответ: Оса пролетела 60 км.

$$\sqrt{7} \sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} + \sqrt{11 - x}$$

Т.к. обе части неравенства всегда больше или равны 0, то возведем обе части в квадрат:

$$8x - x^2 - 7 \geq 9x - x^2 - 18 + 2\sqrt{(9x - x^2 - 18)(11 - x)} + 11 - x$$

$2\sqrt{(9x - x^2 - 18)(11 - x)} \leq 0$, т.к. корень принимает значения либо больше, либо равные нулю, тогда найдем нули подкоренного выражения:

$$(9x - x^2 - 18)(11 - x) = 0, \text{ то}$$

$$\begin{cases} x = 11 - \text{не подходит по ОДЗ.} \\ x^2 - 9x + 18 = 0 - \text{найдем корни:} \end{cases}$$

Проверка: если $x = 6$, то

$$\sqrt{5} - \sqrt{5} \geq 0 - \text{верно}$$

$$\text{если } x = 3, \text{ то}$$

$$\sqrt{8} - \sqrt{8} \geq 0 - \text{верно}$$

$$D = 81 - 72 = 9$$

$$\sqrt{D} = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{2}; \quad x_1 = 6$$

$$x_2 = 3$$

Ответ: $x_1 = 6$

$$x_2 = 3$$

12

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 16 224

№8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} = \sin^2 y \\ \cos^2 x - 2 + \frac{1}{\cos^2 x} = \cos^2 y \end{cases} +$$

$$\begin{cases} 1 - 4 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \\ \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - 4 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \\ \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - 4 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \\ \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - 4 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 2 \\ \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \end{cases}$$

$$-2 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4$$

$$\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4$$

$$4 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

$$|2 \sin x \cos x| = 1$$

$$\sin 2x = \pm 1$$

или

$$2x_2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

или

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

или

если $\frac{\pi}{4} + \pi n - \text{I четверть, то: ?}$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \sin y$$

$$\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y_1 = (-1)^m \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \pi m, m \in \mathbb{Z}, \text{ если } \frac{\pi}{4} + \pi n - \text{II четверть, то}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} = \sin y - \text{ не имеет смысла}$$

не имеет смысла

Ответ: $x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$y_1 = (-1)^m \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\sin 2x = -1$$

$$2x_2 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ тогда } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

если $\frac{3\pi}{4} + \pi k - \text{II четверть, то: ?}$

$$\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y_2 = (-1)^g \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \pi g, g \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y_2 = (-1)^g \left(-\frac{\pi}{4}\right) + \pi g, g \in \mathbb{Z}$$

12



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 16 224

№9 Такого значения k не существует, т.к. рассмотрим 1

$\frac{1}{1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}}$ - всегда иррационально, т.е. дробь нельзя превратить в рациональную при сложении с другой дробью.

№3 Чтобы разместить в минимальном пространстве деревья, их нужно сгруппировать по 3 в правильные треугольника со стороной 12, $\alpha = 60^\circ$.

Тогда, очевидно, что при радиусе 258 на диаметре 516 сможет расположиться всего 43 дерева, тогда провоза диаметра на расстоянии, чтобы "точки" деревьев были не меньше 12 метров, мы получим кол-во деревьев меньше 2058.

Ч.т.д.

$$\text{№10 } (4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a > 0$$

$$D = 169a^2 - 26 \cdot 27a + 27^2 - 4(4-2a)(33-13a)$$

$$D = 65a^2 - 230a + 205, \text{ чтобы корни были нужны } D \geq 0, \text{ то}$$

$$65a^2 - 230a + 205 \geq 0 \text{ Нужно найти минимальное, поставив } a=1, \text{ и max } a=3.$$

Ответ: ~~(2; 2)~~ ~~(5; 1)~~ - не успел переписать решение.

$$[(3-\sqrt{6}; 2)] \cup (5; 3+\sqrt{6})$$

8