



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 17148

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	2	—	—	—	12	12	16	—	50	пятьдесят	

Мем 11

№ 1

$$0,1A = 0 \quad A = 100$$

$$B = \left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (6\frac{1}{4})^{-3}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2 \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36}}{3^{\frac{10}{3}} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 2^{6 \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-3)}} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{2+\sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2-\sqrt{3}}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot 0,6 = \frac{3+1+4}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot 0,6 = \frac{4,8}{4+2} = 0,8$$

$$A=100=8 \quad \checkmark \quad (4)$$

Ответ: 8

№ 2

$\sqrt{\quad}$ - скорость заплыва
плоско

A_1, A_2 - объемы
поплавок

A	$\sqrt{\quad}$	t
$A_1 + \frac{1}{3}A_2$	40	112
A_1	30	t_1
$\frac{1}{4}A_2$	20	t_2

найти: $\frac{A_2}{30} = ?$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{A_1 + \frac{1}{3}A_2}{40} = 11 \\ \frac{A_1}{30} + \frac{\frac{1}{4}A_2}{20} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{A_1}{40} + \frac{A_2}{120} = 11 \\ \frac{A_1}{30} + \frac{A_2}{80} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3A_1 + A_2 = 120 \cdot 11 \\ 4A_1 + 3A_2 = 120 \cdot 18 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12A_1 + 4A_2 = 120 \cdot 44 \\ 12A_1 + 9A_2 = 120 \cdot 54 \end{cases} \Rightarrow 5A_2 = 120 \cdot 10 \quad \frac{5A_2}{120} = 10 \quad \frac{A_2}{30} = 8 \quad \checkmark \quad (4)$$

Ответ: 8

№7

$$\sqrt{-x^2+6x-5} - \sqrt{-2x+7} \geq \sqrt{-x^2+8x-12}$$

$$-x^2+6x-5 \geq -2x+7 + 2 \cdot \sqrt{(-2x+7)(-x^2+8x-12)} - x^2+8x-12$$

$$2\sqrt{(-2x+7)(-x^2+8x-12)} \leq 0$$

$$(-2x+7)(-x^2+8x-12) = 0$$

$$x=3,5$$

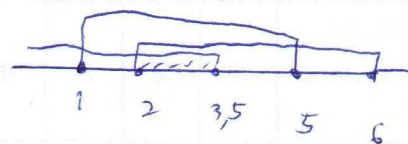
$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} \emptyset$$

Ответ: $x=2$; $x=3,5$

ОДЗ:

$$\begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ -2x+7 \geq 0 \\ -x^2+8x-12 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [1,5] \\ x \leq 3,5 \\ x \in [2,6] \end{cases}$$



$$x \in [2, 3,5]$$

№8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos x + \sin^2 x = 1$$

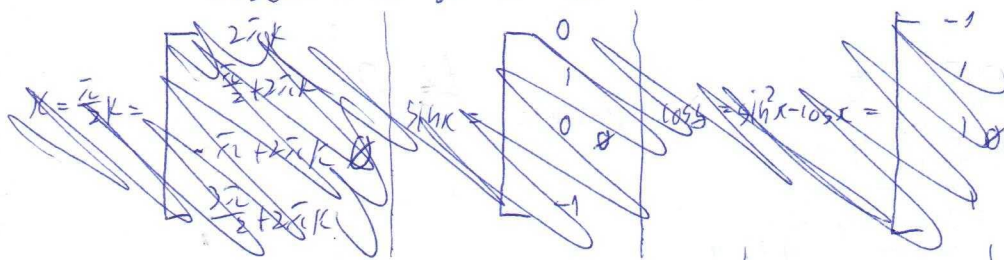
$$\cos^2 x + 2 \sin x \cos x + \sin^2 x = 1$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} k$$

Проверим условие по ОДЗ:



$$x = \frac{\pi}{2} k = \begin{bmatrix} 2\pi k \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \pi + 2\pi k, \text{ не проверяем } \pi, k, \cos x \geq 0 \\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{bmatrix}$$

$$\sin x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\cos x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\cos y = \sin^2 x - \cos x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

по ОДЗ проверяем корни $x = 2\pi k$; $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Минимизация

$$\sqrt{-x^2 + 6x - 5} - \sqrt{-2x + 7} \geq \sqrt{-x^2 + 8x - 12}$$

$$-x^2 + 6x - 5 \geq -2x + 7 + 2\sqrt{(-2x + 7)(-x^2 + 8x - 12)} - x^2 + 8x - 12$$

$$2\sqrt{(-2x + 7)(-x^2 + 8x - 12)} \leq 0$$

м.к. square root - не
может быть отрицательным

$$\Rightarrow (-2x + 7)(-x^2 + 8x - 12) = 0$$

$$x = 3,5$$

$$x = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Ответ: $x = 2; x = 3,5$ ✓

(12)

№ 8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin^2 x - \cos y} = \cos x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\cos y + \sin x = 1$$

$$(\cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos y + \sin^2 x) = 1$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} k, \quad k \geq 0$$

выразим одну переменную через другую:

$$x = \begin{bmatrix} 2\pi k \\ \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \pi + 2\pi k \\ \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{bmatrix} \quad \sin x = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \cos x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

м.к. не может быть отрицательным

$$\cos y = \sin^2 x - \cos x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\sin x \geq \cos y \quad \text{и} \quad \cos x \geq 0 \quad \text{или} \quad x = 2\pi k; \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \geq 0$$

Ответ: $x = 2\pi k; \quad \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \geq 0$

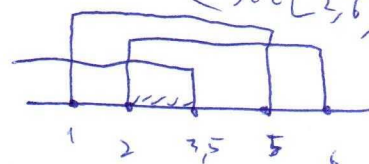
$y = ?$

(12)

ОДЗ:

$$\begin{cases} -x^2 + 6x - 5 \geq 0 \\ -2x + 7 \geq 0 \\ -x^2 + 8x - 12 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in [1, 5] \\ x \leq 3,5 \\ x \in [2, 6] \end{cases}$$



$$x \in [2, 3,5]$$

ОДЗ:

$$\cos x \geq 0$$

$$\sin x \geq \cos y$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \geq 0$$

$$k \geq 0$$



ШИФР 17148

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Мем №3

№9

$$\frac{1}{(1+2017)(1+2015)} + \frac{1}{(1+2015)(1+2016)} + \frac{1}{(1+2016)(1+2017)} + \frac{1}{(1+2017)(1+2018)} = \frac{1}{999999}$$

предположим $1+2014 = t$

тогда:

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{(t+2)(t+3)(t+4) + t(t+3)(t+4) + t(t+1)(t+4) + t(t+1)(t+2)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{(t+3)(t+4)(t+2+t) + t(t+1)(t+4+t+2)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{(t^2 + 7t + 12)(2t+2) + (t^2 + 6t)(2t+6)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t^3 + 2t^2 + 14t^2 + 14t + 24t + 24 + 2t^3 + 6t^2 + 2t^2 + 6t}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4t^3 + 6t^2 + 14t + 6}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$(t+1)(t+2)(t+3)$$

$$(4t^3 + 6t^2 + 14t + 6) \cdot 999999 - t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)$$

= 0

$$t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4) \cdot 999999$$



ОДЗ:

$$1+2014$$

$$1+2015$$

$$1+2016$$

$$1+2017$$

$$1+2018$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 17148

19



Мет 14

$$\frac{(t+1)(t+2)(t+3)(4.999999 - t(t+4))}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4) \cdot 4.999999} = 0$$

$$\frac{t^2 + 4t - 4.999999}{t(t+4) \cdot 4.999999} = 0$$

$$(t+2002)(t-1998) = 0$$

$$t = -2002$$

$$t = 1998$$

$$x(t+2014) = -2002$$

$$x(t+2014) = 1998$$

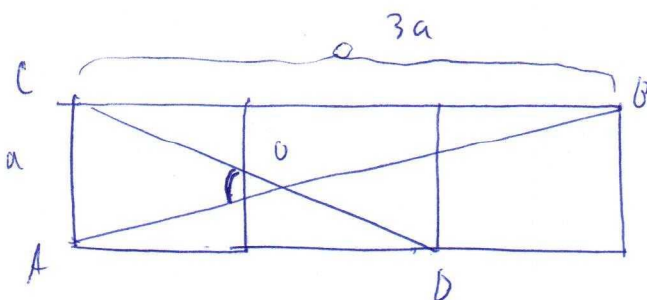
$$x = -4016$$

$$x = -16$$

Ответ: $x = -4016$; $x = -16$ ✓ (16)

13

Найти:
 $\angle AOC = ?$



Решение

1) Пусть сторона квадрата $= a$

$$\text{тогда } AB = \sqrt{a^2 + 9a^2} = a\sqrt{10}$$

$$\text{и } CD = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$$

(по м. Пифагора)

$$2) \angle ABC = \arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{10}a}\right) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$$

$$\angle ACD = \arcsin\left(\frac{2a}{\sqrt{5}a}\right) = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

$$\angle BCO = 90^\circ - \angle ACD$$

$$\angle COB = 180^\circ - (\angle BCO + \angle ABC)$$

$$\angle AOC (\text{найти}) = 180^\circ - (180^\circ - (\angle BCO + \angle ABC)) = \angle BCO + \angle ABC = \arcsin\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right) + \arcsin\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$

Ответ: угол между AB и CD равен $\arcsin\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right) + \arcsin\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = ?$

(2)