



Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3,5	-	0	12	8,5	0	16	-	56	набрал шесть	<i>[Signature]</i>

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{-\frac{1}{3}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{\frac{10}{3}} \cdot \frac{1}{3^9} + \frac{10^4}{2^4} \cdot \frac{1}{5^4} + \sqrt[3]{64}}{2+\sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2-\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot \frac{6}{10} = \frac{3+1+4}{4+2 \cdot 1} \cdot \frac{6}{10} =$$

$$= \frac{8}{6} \cdot \frac{6}{10} = 0,8 \quad - \text{это } 10\% \text{ от числа } A$$

$\Rightarrow A = 10B = 8$

Ответ: 8.

✓ (4)

(N2)

работа $A = \text{производительность } p \cdot \text{время } t$
 Если 4 насоса одинаковой произв. работали вместе, то
 их общая произв. равна 4р.
 Сост. ур-ние по усл. задачи. Пусть V_1 - объем 1 танкера, V_2 - 2-го

Тогда
$$\frac{V_1 + \frac{V_2}{3}}{4p} = 11 \quad \text{и} \quad \frac{V_1}{3p} + \frac{\frac{1}{4}V_2}{p} = 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 + \frac{V_2}{3} = 44p \\ V_1 + \frac{3}{4}V_2 = 54p \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)V_2 = 10p \quad V_2 = \frac{10^2 p \cdot 12}{5} = 24p$$

Найти нужно за сколько часов 3 насоса могут напелн. V_2

$$\Rightarrow t = \frac{V_2}{3p} = \frac{24p}{3p} = 8(2)$$

Ответ: за 8 часов.

✓ (4)



$$(ab)c = a(bc)$$

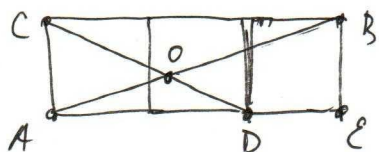
$$E = mc^2$$



ШИФР

17711

(N3)



$$\angle(CD; AB) = \angle COA \quad (AB \cap CD = O)$$

$\triangle ACD$ - прямоугольн. Пусть $CA = a$, тогда $AD = da$

$$\angle CDA = \arctg \frac{CA}{AD} = \arctg \frac{a}{2a} = \arctg 0,5$$

$\triangle ABE$ - прямоугольн. если $BE = a$, $AE = 3a$, тогда

$$\angle BAE = \arctg \frac{BE}{AE} = \arctg \frac{a}{3a} = \arctg \frac{1}{3}$$

$\angle COA$ - внешний угол $\triangle AOD \Rightarrow$

$$\angle COA = \angle OAD + \angle ODA = \arctg 0,5 + \arctg \frac{1}{3}$$

Ответ: $\arctg 0,5 + \arctg \frac{1}{3} \rightarrow 38^\circ$

3,5

(N5) $\lg 15^\circ \cdot \lg 25^\circ \cdot \lg 35^\circ \cdot \lg 85^\circ = 1$

$$\lg 15^\circ = \frac{\lg 45^\circ - \lg 30^\circ}{1 + \lg 45^\circ \lg 30^\circ} \quad (\text{т.к. } \lg 15^\circ = \lg(45^\circ - 30^\circ)) = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\lg 25^\circ = \frac{\lg 30^\circ - \lg 5^\circ}{1 + \lg 30^\circ \lg 5^\circ} \quad (\lg 25^\circ = \lg(30^\circ - 5^\circ)) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \lg 5^\circ}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \lg 5^\circ}$$

$$\lg 35^\circ = \lg(30^\circ + 5^\circ) = \frac{\lg 30^\circ + \lg 5^\circ}{1 - \lg 30^\circ \lg 5^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \lg 5^\circ}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \lg 5^\circ}$$

$$\lg 85^\circ = \lg(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\lg 45^\circ + \lg 30^\circ}{1 - \lg 45^\circ \lg 30^\circ} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \lg 5^\circ}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \lg 5^\circ} \cdot \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + \lg 5^\circ}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \lg 5^\circ} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = 1$$

(продол. на след. листе)

№5 (продолжение)

$$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \operatorname{tg} 5'\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{tg} 5'\right)}{\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{tg} 5'\right) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{tg} 5'\right)} = 1$$

$$1 = 1$$

8

⇒ вычисление верно.

№6 Первый и второй велосипедисты встретятся через

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{75}{12 + 13} = 3 \text{ ч.}$$

Всё это время садика будет ехать между ними с постоянной скоростью 15 км/ч.

Значит, она проедет $S_c = v_c \cdot t = 15 \cdot 3 = 45 \text{ км.}$

Ответ: 45 км.

12

№7 $\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \quad |^2$

$$6x - x^2 - 5 - 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \geq 8x - x^2 - 12$$

$$14 - 4x \geq 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)}$$

$$7 - 2x \geq \sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \quad |^2$$

(продол. на след. листе)

ОДЗ: $6x - x^2 - 5 \geq 0$

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0$$

$$x \in [1; 5]$$

$$7 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 3.5]$$

$$8x - x^2 - 12 \geq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$

$$x \in [2; 6]$$

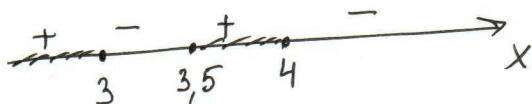
№7 (продолжение)

$$(7-2x)^2 \geq (6x-x^2-5)(7-2x)$$

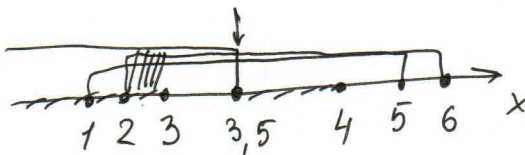
$$(7-2x)(7-2x-6x+x^2+5) \geq 0$$

$$(7-2x)(x^2-8x+12) \geq 0$$

$$(7-2x)(x^2-3)(x-4) \geq 0$$



С учётом ОДЗ:



Ответ: $x \in [2, 3] \cup [3, 5]$

8.5

№8 $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos x \end{cases} \Rightarrow \sin x = \sqrt{\cos x + \cos y}$

ОДЗ: $\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin x \geq \cos y \end{cases}$

$$\sqrt{\cos x + \cos y} - \cos y = \cos^2 x$$

$$\cos x + \cos y - 2\sqrt{\cos x + \cos y} = \cos^2 y = \cos^4 x$$

φ

№9 $\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999.999}$

Пусть $x+2014=t$, тогда

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

$$\frac{t^3 + 4t^2 + 5t + 2 + 20t + 64 + 24t + t^3 + 7t + 24 + 2t + t^3 + 5t + 2 + 4t + t^3 + 3t^2 + 2t + 4}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

(продолж. на след. листе)

№(п/последствие)

$$\frac{4+3+2+1+0+1+2+3+4}{(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{(t+1)4(t+2)(t+3)}{(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

$$t^2 + 4t - 3.999.996 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{16 + 4 \cdot 3.999.996} = \sqrt{16 + 4(4.000.000 - 4)} = \sqrt{16 + 16.000.000 - 16} =$$

$$= \sqrt{16.000.000} = 4000$$

$$t = \frac{-4 \pm 4000}{2} = -2 \pm 2000 \rightarrow \begin{matrix} -2002 \\ 1998 \end{matrix}$$

Объ. замена: $\begin{cases} x+2014 = -2002 \\ x+2014 = 1998 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4016 \\ x = -16 \end{cases}$

Ответ: $x = -4016$ или $x = -16$.

16