ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20281

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	1	4	8	12	8	—	—	12	53	пятьдесят три	

N1

$0,6A - ?$

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5\cdot(-2)^{-2}} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4,75 = 5$$

1) $2^{-2} + 2018^0 = \frac{1}{2^2} + 1 = \frac{1}{4} + 1 = 1\frac{1}{4}$

2) $(0,5)^{-2} - 5\cdot(-2)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5\cdot\frac{1}{(-2)^2} = 2^2 - 5\cdot\frac{1}{4} = 4 - 1\frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$

3) $2\frac{3}{4} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{11}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{11}{4} + \frac{9}{4} = \frac{20}{4} = 5$

4) $1\frac{1}{4} : 5 = \frac{5}{4\cdot 5} = \frac{1}{4}$

5) $\frac{1}{4} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5$ ✓

$0,6\cdot A = 0,6\cdot 5 = 3$

Ответ: 3 ✓

N2.

Если Роснефть $= \frac{1}{2}$, то Газпром нефть $= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10} = \frac{3}{20}$

Тогда Новак : Роснефть : Мужайл : Газпром нефть

$\frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10} : \frac{3}{20}$

$0,2 : 0,5 : 0,1 : 0,15$

$20 : 50 : 10 : 15$

Пусть k - коэффициент пропорциональности

Тогда 20 k - добыл Новатэк
50 k - Роснефть
10 k - Лукойл
15 k - Газпром нефть

Роснефть добыла на 8 млрд. куб.м больше, чем остальные вместе

Значит, $50k = 20k + 10k + 15k + 8$

$50k = 45k + 8$

$5k = 8$

$k = \frac{8}{5}$

$k = 1,6$

Новатэк добыл $20 \cdot 1,6 = 32$ (млрд. куб.м)

Роснефть добыла $50 \cdot 1,6 = 80$ (млрд. куб.м)

Лукойл добыл $10 \cdot 1,6 = 16$ (млрд куб. м)

Газпром нефть $15 \cdot 1,6 = 24$ (млрд куб.м)

Ответ: Новатэк: 32 млрд. куб м
Роснефть: 80 млрд. куб. м
Лукойл: 16 млрд. куб. м
Газпром нефть: 24 млрд. куб. м

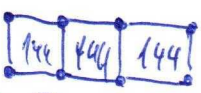
4

№3

$S = \pi R^2$

$S = \pi \cdot 258^2 = 66564\pi$

258 × 258 = 2064 + 1290 + 516 = 66564



1

Первые 4 дерева делают квадрат, а потом каждые 2 дерева тоже квадрат

$\frac{2018-4}{2} + 1 = 1008$ квадратов площадью 144

1008 × 144 = 4032 + 4032 + 1008 = 145152

Столько уменьшается в 66564π и не более

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20281

Значит, в роще можно разместить не больше 2018 деревьев

№4

$\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$

$\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$ ≥ 0?

$\begin{cases} x^3-3x+1=x^2-2x+1 \\ x^3-3x+1\geq 0 \end{cases}$ ✓

$\begin{cases} x^3-x^2-x=0 \\ x^3-3x+1\geq 0 \end{cases}$

$x^3-x^2-x=x\cdot(x^2-x-1)=x\cdot\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

$x^2-x-1=0$

$D=1+4=5$

$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\begin{cases} x\cdot\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\cdot\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)=0 \\ x^3-3x+1\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \\ x^3-3x+1\geq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

4

Ответ: $\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0; \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

№5

Доказать: $\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3}$

$\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1=\sin^4\alpha+\cos^2\alpha\cdot\cos^2\alpha-1=\sin^4\alpha+(1-\sin^2\alpha)\times$

$\times(1-\sin^2\alpha)-1=\sin^4\alpha\cancel{+1}-2\sin^2\alpha+\sin^4\alpha\cancel{-1}=2\sin^4\alpha-2\sin^2\alpha=$

$=2\cdot(\sin^4\alpha-\sin^2\alpha)$

Аналогично, $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1=3\cdot(\sin^4\alpha-\sin^2\alpha)$

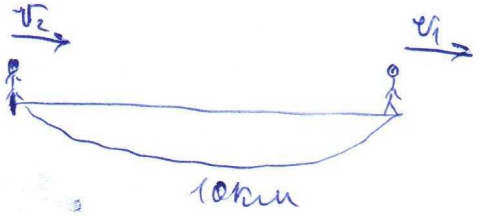
Следовательно, $\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2\cdot(\sin^4\alpha-\sin^2\alpha)}{3\cdot(\sin^4\alpha-\sin^2\alpha)}=\frac{2}{3}$

Что и требовалось доказать (8)

№6

Расстояние между путешественниками $S=10$ км

$v_1=3$ км/ч, $v_2=5$ км/ч



$v_2-v_1=5-3=2$ (км/ч) – скорость сближения ($v_{сбл.}$)

$\frac{S}{v_{сбл.}}=t_{встречи}$

$t_{встречи}=\frac{10}{2}=5$ (ч) ✓ – то есть они встретятся через 5 часов

Всё это время летала между ними оса со скоростью $v_{оса}=12$ км/ч

Нас не спрашивают сколько пролетела оса относительно первоначального положения, а просто сколько пролетела оса.

Значит, $S_{оса}=v_{оса}\cdot t_{встр.}$

$S_{оса}=12\cdot 5=60$ км ✓ (12)

Ответ: оса пролетела 60 км

№7

$\sqrt{8x-x^2-7}-\sqrt{11-x}\geq\sqrt{9x-x^2-18}$

ОДЗ: $\begin{cases}8x-x^2-7\geq 0\\11-x\geq 0\\9x-x^2-18\geq 0\end{cases}$ ✓

$8x-x^2-7-2\cdot\sqrt{88x-11x^2-77-8x^2+x^3+7x}+11-x\geq 9x-x^2-18$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20281

$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 9\sqrt{\ } + x^2 + 18 \geq 2\sqrt{94x - 19x^2 + x^3 - 66}$

$-2x + 22 \geq 2\sqrt{x^3 - 19x^2 + 94x - 66}$

$-x + 11 \geq \sqrt{x^3 - 19x^2 + 94x - 66}$

$x^2 - 22x + 121 \geq x^3 - 19x^2 + 94x - 66$

$x^3 - 19x^2 + 94x - 66 - x^2 + 22x - 121 \leq 0$

$x^3 - 20x^2 + 116x - 187 \leq 0$

ОДЗ: $\begin{cases} x \in [1; 7] \\ x \in (-\infty; 11] \\ x \in [3; 6] \end{cases}$

$x \in [3; 6]$

При $x \in [3; 6]$ $x^3 - 20x^2 + 116x - 187$ будет когда $= 0$? (8)

Следовательно решений нет

Ответ: корней нет

№10

$(4-2a)x^2 + (13a - 2x)x + 33 - 13a > 0$

$f(x) = (4-2a)x^2 + (13a-2x)x + 33 - 13a$ — вогра

~~при $a \in (1; 2]$ убывающая~~

при $a \in (1; 2)$ возрастающая

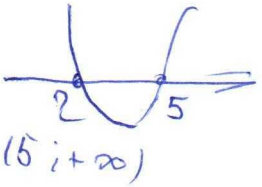
при $a \in [2; 3)$ - убывающая

Если $a = 1$, то $2x^2 - 14x + 33 - 13 > 0$

$2x^2 - 14x + 20 > 0$

$D = 196 - 4 \cdot 2 \cdot 20 = 196 - 160 = 36$

$x = \frac{14 \pm 6}{4}$; $\left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 2 \end{array}\right.$ ✓



$x \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$

Если $a = 3$, то $-2x^2 + 12x + 33 - 39 > 0$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20281

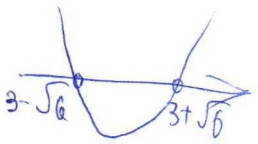
$-2x^2+12x-6>0$

$2x^2-12x+6\leq 0$

$x^2-6x+3\leq 0$

$D=36-4\cdot 3=24$

$x=\frac{6\pm 2\sqrt{6}}{2}$ $x=3\pm\sqrt{6}$



$x\in(3-\sqrt{6};3+\sqrt{6})$

$\begin{cases} x\in(-\infty;2)\cup(5;+\infty) \\ x\in(3-\sqrt{6};3+\sqrt{6}) \end{cases}$

$x\in(3-\sqrt{6};2)\cup(5;3+\sqrt{6})$

Ответ: $x\in(3-\sqrt{6};2)\cup(5;3+\sqrt{6})$

12