ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20759

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	2	7	8	12	12	0	0	0	49	сорок девять	Ким

№1

$$A=\frac{2^{-2}+2018^0}{(0,5)^{-2}-5\cdot(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}+4,75=\frac{0,25+1}{4-5\cdot\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}+4,75=\frac{1,25}{5}+4,75=$$

$$=\frac{5}{20}+4,75=0,25+4,75=5.$$

(4)

Найдём 60% от числа $A=5$: $\frac{5\cdot 60}{100}=3$

Ответ: 3.

№3.

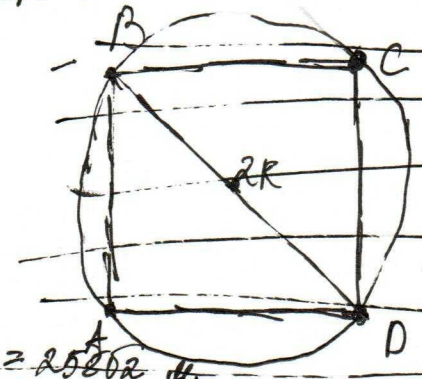
Дано: окружность

$R=258$ м

$l=12$ м – расстояние между деревьями.

Доказать: в окружности находится не более 2018 деревьев.

Решение:



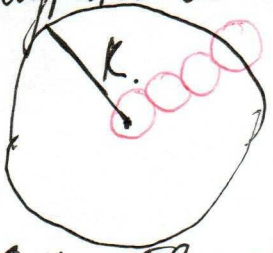
1) AB – сторона в окружности квадрата ABCD.

2) $S_{ABCD}=2R^2$.

$AB^2=2R^2 \Rightarrow$

$AB=258\sqrt{2}$ м.

3) разделим данный квадрат на меньшие квадраты со стороной 12 м. получим 256



$S_{окр}=\pi R^2\approx 3,2\cdot 258^2$

(2)

На площади $12\cdot 12$ м^2 может быть размещено не более 4 деревьев, как на вершинах квадрата. Найдём максимальное количество деревьев в окружности: $N\approx\frac{3,2\cdot 258^2}{12^2}\approx 3,2\cdot 21,5^2\approx$

$\approx 3,2\cdot 462,25\approx 1479$ деревьев ч.т.д.

№4.

$\sqrt{x^3-3x+1} - x = -1$

ОДЗ $x^3-3x+1 \geq 0$.

$x \geq 0$

$x^3-3x+1 = (x-1)^2$

$x^3-3x+1 = x^2-2x+1$

$x^3-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0$

$x=0$ или $x^2-x-1=0$

$D = 1+4 = (\sqrt{5})^2$

$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} > 1$!

$x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$ не подходит под условие $x \geq 1$.

Проверим $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ по ОДЗ.

$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - \frac{3(1+\sqrt{5})}{2} + 1 =$

$\frac{(1+\sqrt{5})^3}{8} - \frac{12(1+\sqrt{5})}{8} + \frac{8}{8} = \frac{(1+2\sqrt{5}+5)(1+\sqrt{5}) - 12(1+\sqrt{5}) + 8}{8} =$

$= \frac{(1+\sqrt{5})(6+2\sqrt{5}-12)+8}{8} = \frac{(1+\sqrt{5})(2\sqrt{5}-6)+8}{8} = \frac{2\sqrt{5}+10-6-6\sqrt{5}+8}{8} =$

$= \frac{6-10\sqrt{5}}{8} < 0 \Rightarrow$ не подходит по ОДЗ

Ответ: корней нет.

7

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20759

№5.

$$\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3}$$

1) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1=\sin^2\alpha(1-\cos^2\alpha)+\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha)-1=\sin^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha-1=1-1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha=-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha.$

2) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1=\sin^2\alpha(1-\cos^2\alpha)^4+\cos^2\alpha(1-\sin^2\alpha)^2-1=\sin^2\alpha(1-2\cos^2\alpha+\cos^4\alpha)+\cos^2\alpha(1-2\sin^2\alpha+\sin^4\alpha)-1=\sin^2\alpha-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\cos^4\alpha+\cos^2\alpha-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^2\alpha\sin^4\alpha-1=\sin^2\alpha\cos^2\alpha\cdot(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-4)=-3\sin^2\cos^2\alpha.$

3) $\frac{-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=\frac{2}{3}$ ч.т.д.

8

№6.

0

№6

Пусть t - время через которое встретятся путешественники.

Тогда

$10+3t=5t$

$10=2t$

$t=5$ с.

Тогда оса за пять часов пролетит $5 \cdot 12 = 60$ км.

Ответ: 60 км

(12)

№2

Пусть x - к-во газа добытого за пятидесят, тогда

$$\frac{10}{20}x = \frac{4}{20}x + \frac{2}{20}x + \frac{3}{20}x + 8$$

$$\frac{1}{20}x = 8$$

$x = 160$ млрд. $м^3$ всего добыто газа.

"Роснефть" $= 160 \cdot \frac{1}{2} = 80$ млрд $= P$

"Газпром" $= 80 \cdot 0{,}3 = 24$ млрд $= V$

"Новатэк" $= 160 \cdot \frac{1}{5} = 32$ млрд $= H$

"Лукойл" $= 160 \cdot \frac{1}{10} = 16$ млрд. $= L$

Ответ: $P = 80$; $V = 24$; $H = 32$; $L = 16$.

(4)

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20759

№7

$\sqrt{8x-x^2-7} \geq \sqrt{9x-x^2-18}+\sqrt{11-x}$ ОДЗ $\begin{cases} -x^2+8x-7\geq 0 \\ -x^2+9x-18\geq 0 \\ x\leq 11 \end{cases}$

~~$\begin{cases} -x^2+8x-7\geq 0 \\ -x^2+9x-18\geq 0 \\ x\leq 11 \end{cases}$~~

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{9x-x^2-18}+\sqrt{11-x}<0 \\ \sqrt{8x-x^2-7}\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sqrt{9x-x^2-18}+\sqrt{11-x}\geq 0 \\ 8x-x^2-7\geq (\sqrt{9x-x^2-18}+\sqrt{11-x})^2 \end{cases} \end{array}\right.$

решение нет, т.к. сумма ~~корней~~ двух корней больше или равна 0.

$8x-x^2-7\geq [9x-x^2-18+11-x+\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}]$

$8x-x^2-7\geq 9x-x^2-18+\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}$

~~$-7\geq +7$. решений нет~~

$0\geq \sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}$

$(9x-x^2-18)(11-x)=0$

$-x^2+9x-18=0$ $\quad x=11$

$x^2-9x+18=0$

$D=81-72=3^2$

$x_1=\frac{9+3}{2}=6$

$x_2=\frac{9-3}{2}=3$.

(12)

Проверим $x_1=6$ по ОДЗ: 1) $-36+48-7\geq 0$

$-43+6$ $5\geq 0$ верно

2) $-36+54-18\geq 0$

$0\geq 0$ верно

3) $6\leq 11$ верно

Проверим $x_2=3$ по ОДЗ: 1) $-9+24-7\geq 0$

$8\geq 0$ верно

2) $-9+27-18\geq 0$

$0\geq 0$ верно

3) $3\leq 11$ верно

Ответ: $[3;6]$