

ШИФР 21097

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	8	8	0	4	56	пятьдесят шесть	Кешу

N 1.

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{0,25 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{5}{4(4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4})} + 4,75 = \frac{5}{4 \cdot 5} + 4,75 =$$

$$= 0,25 + 4,75 = 5.$$

$B = 60\% \text{ от } A$

$B = 0,6 \cdot 5 = 3$

Ответ: 3.

N 4.

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1;$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

ОДЗ: $x - 1 \geq 0;$

$\Rightarrow x \geq 1$

$\Rightarrow$ возведем в квадрат обе части:

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1;$$

$$x^3 - x^2 - x = 0;$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0;$$

$x = 0$ или $x^2 - x - 1 = 0;$

$D = 1 + 4 = 5;$

$$x_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$\Rightarrow$ ответ единственный

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.



ШИФР 21097

N2. $V_{\text{«новатэк»}} : V_{\text{«роснефть»}} : V_{\text{«лукойл»}} = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = 0,2 : 0,5 : 0,1$

$V_{\text{«газпром»}} = 0,3 \cdot V_{\text{«роснефть»}}$

Пусть $V_H + V_{\text{рос}} + V_{\text{лук}} = X$.

Тогда:

$0,2x + 0,5x + 0,1x + 8000000000 = 0,5x;$

$0,2x + 0,15x + 0,1x + 8000000000 = 0,5x;$

$0,15x + 8000000000 = 0,2x;$

$8000000000 = 0,05x;$

$x = \frac{8000000000}{0,05} = \frac{800000000000}{5} =$

$= 160000000000 \text{ руб. м}^3$

$V_{\text{«новатэк»}} = \frac{1}{5}x = \frac{160000000000}{5} = 32000000000 \text{ руб. м}^3.$

$V_{\text{«лукойл»}} = \frac{1}{10}x = 16000000000 \text{ м}^3$

$V_{\text{«роснефть»}} = \frac{1}{2}x = 80000000000 \text{ м}^3.$

$V_{\text{«газпром»}} = \frac{3}{10}x = \frac{3}{20}x = \frac{3 \cdot 160000000000}{20} =$
 $= 24000000000 \text{ м}^3.$

Ответ: $V_{\text{«газпром»}} = 24000000000 \text{ м}^3$

$V_{\text{«роснефть»}} = 80000000000 \text{ м}^3$

$V_{\text{«лукойл»}} = 16000000000 \text{ м}^3$

$V_{\text{«новатэк»}} = 32000000000 \text{ м}^3.$

N8.
$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y. \end{cases}$$

По осн. тригонометрическому тождеству,
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\Rightarrow$ Пусть ОДЗ и перейдем к упр. ио-следствию.

ОДЗ: $\sin x \neq 0 \Rightarrow x \neq \pi n (n \in \mathbb{Z}); \cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k (k \in \mathbb{Z})$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 21097

$$\left(\sin x - \frac{1}{\sin x}\right)^2 + \left(\cos x - \frac{1}{\cos x}\right)^2 = 1;$$

$$\sin^2 x - 2 \cdot \sin x \cdot \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \cos^2 x - 2 \cdot \frac{1}{\cos x} \cdot \cos x + \frac{1}{\cos^2 x} = 1;$$

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - 2 - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 1;$$

$$1 - 4 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 1;$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4; \quad \text{Делим обе части на } \sin^2 x.$$

$$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = 4;$$

$$1 = 4 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$1 = (2 \cdot \sin x \cdot \cos x)^2$$

$$1 = (\sin 2x)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \\ 2x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi m \quad (m \in \mathbb{Z}).$$

Ответ входит в ОДЗ.

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi m \quad (m \in \mathbb{Z}).$

$y = ?$

N5.

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2}{3 \sin^2 x + \cos^2 x} \quad (\text{осн. триг. тожд.})$$

$$\begin{aligned} 1) \quad \sin^4 x + \cos^4 x - 1 &= \cos^2 x (\cos^2 x - 1) + \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = \\ &= \cos^2 x (\cos^2 x - 1) - \cos^2 x \cdot \sin^2 x = \cos^2 x (\cos^2 x - \sin^2 x - 1) = \\ &= \cos^2 x (\cos 2x - 1) - \text{числитель} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \sin^6 x + \cos^6 x - 1 &= \sin^4 x (\sin^2 x) + \cos^4 x \cdot \cos^2 x - \sin^2 x - \\ &- \cos^2 x = \sin^2 x (\sin^4 x - 1) + \cos^2 x (\cos^4 x - 1) = \end{aligned}$$

ШИФР 21097

$$\begin{aligned}
 &= \sin^2 \alpha ((1 - \cos^2 \alpha)^2 - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1) = \sin^2 \alpha (1 - 2\cos^2 \alpha + \\
 &+ \cos^4 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1) = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 2) + \\
 &+ \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1) = \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 2) + \\
 &+ \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) (\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha - 1) = \\
 &= \cos^2 \alpha ((\cos^2 \alpha - 1) - \sin^2 \alpha) \cdot - \text{гмашенатень.}
 \end{aligned}$$

$$3) \frac{\cos^2 \alpha \cdot (\cos^2 \alpha - 1)}{\cos^2 \alpha ((\cos^2 \alpha - 1) - \sin^2 \alpha)} = \frac{2}{3};$$

$$(\cos^2 \alpha - 1) \cdot 3 = (\cos^2 \alpha - 1) \cdot 2 - 2\sin^2 \alpha;$$

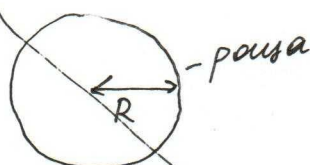
$$\cos^2 \alpha - 1 = -2\sin^2 \alpha;$$

$$1 - 2\sin^2 \alpha - 1 = -2\sin^2 \alpha$$

$$1 - 1 = 0$$

$0 = 0$ — доказано.

N 3.



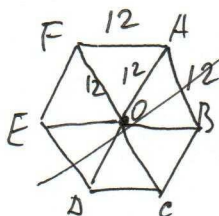
$$R = 258 \text{ м}$$

$$r = 12 \text{ м}$$

$$\text{Доп-ть: } n \leq 2018.$$

n — кол-во деревьев.

Предположим, что одно дерево стоит в центре. Наблюдает картину:



$$AO = FO = FA = AB \dots = 12.$$

$$\Rightarrow \triangle FDA, \triangle AOB \dots - \text{равносторонние.}$$

$$\Rightarrow \angle AOF = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{360}{60} = 6 \Rightarrow \text{получен 6-й уголник}$$

N 10.

$$(4 - 2a)x^2 + (13a - 27)x + 33 - 13a > 0. \quad (ka < 3)$$

Пусть f — функция $f(x) = (4 - 2a)x^2 + (13a - 27)x + 33 - 13a$ такая, что она все имеет выше Ox .

Тогда $D < 0$, а (т.к. это парабола), ветви её направлены вверх. Тогда неравенство выполняется для $\forall x$.

ШИФР 21097

$$4-2a > 0;$$

$$4-2a \Rightarrow a < 2.$$

$\Rightarrow$ При $1 < a < 2$ - неравенство выполняется при $\forall x$.

При $a=2$, $0 - x + 33 - 26 > 0;$

$$-x + 17 > 0;$$

$$x < 17$$

4

При $a > 2$, $a < 3$ найдем граничное значение x при $a=3$.

$$-2x^2 + (39-27)x + 33-39 > 0;$$

$$-2x^2 + 12x - 6 > 0;$$

$$x^2 - 6x + 3 > 0$$

$$D = 36 - 12 = 24$$

$$x_{\pm} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{6}}{-2} = 3 \mp \sqrt{6}.$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 3-\sqrt{6}) \cup (3+\sqrt{6}, +\infty);$$

$a < 2$?

$$N7. \sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18};$$

ОДЗ: 1) $11-x \geq 0$; 2) $-x^2+8x-7 \geq 0$

$$11 \geq x;$$

$$D = 64 - 28 = 36$$

$$x_{\pm} = \frac{-8 \pm 6}{-2} = 7 \text{ или } 1$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [7, +\infty).$$

3) $-x^2+9x-18 \geq 0$

$$D = 81 - 18 \cdot 4 = 9(9 - 2 \cdot 4) = 9$$

$$x_{\pm} = \frac{-9 \pm 3}{-2} = 6 \text{ или } 3.$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 3] \cup [6, +\infty);$$

8

$$\begin{cases} 11-x \geq 0 \\ 8x-x^2-18 \geq 0 \\ 8x-x^2-7 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [7, 11].$$

Решим: т.к. обе части гарантированно больше 0,

$$\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18};$$

$$-2x + 4 + 18 \geq 2\sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)};$$

$$-x + 11 \geq \sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)};$$

$$(11-x)^2 \geq (11-x)(8x-x^2-7);$$

$$(11-x)(11-x-8x+x^2+7) \geq 0;$$

$$(11-x)(x^2-9x+18) \geq 0;$$

$$+ \quad -6 \quad -3 \quad + \quad 11 \quad - \quad x$$

Ответ: $x \in (-\infty, 6] \cup [7, 11] \cup [7, 11]$

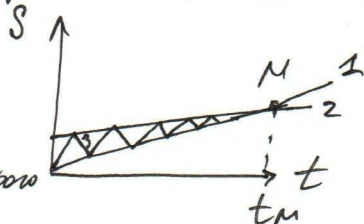
ШИФР 21094

№ 6. Изобразили схематично :

V_1 - скорость
первого
человека

V_2 - скорость второго

V_3 - скорость осс.



3 - траектория осс.

M - точка встречи.

Найдем t_m .

$$V_2 \cdot t_m = V_1 \cdot t_m - 10$$

$$t_m (V_2 - V_1) = -10;$$

$$t_m = \frac{10}{2} = 5 \text{ ч.}$$

Из графика видно, что осс, хоть и меняет
направление скорости, но не меняет
модуль скорости. Найти нужно
не путь перемещения, а путь $\Rightarrow$

$$S = V_3 \cdot t_m = 12 \text{ км/ч} \cdot 5 \text{ ч} = 60 \text{ км.}$$

Ответ: 60 км/ч.

(12)