ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22347

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Н. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	3	8	—	12	12	12	—	8	63	шестьдесят три	

①
$$A=\frac{2^{-2}+2018^{0}}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}+4,75;\quad 60\%\ \text{от}\ A=?$$

$$A=\frac{1,25}{4-1,25+(1,5)^2}+4,75=\frac{1,25}{5}+4,75=5;\quad 60\%\ \text{от}\ A=A\cdot\frac{6}{10}=A\cdot\frac{3}{5}$$ ✓

$$A\cdot\frac{3}{5}=5\cdot\frac{3}{5}=3$$ ✓ ④

$\boxed{\text{Ответ: } A=3}$

② Новатэк : Роснефть : ЛУКОЙЛ $=\frac{1}{5}:\frac{1}{2}:\frac{1}{10}=0,2:0,5:0,1$.

Пусть объём добычи газа Новатэк $=0,2x$; Роснефть $=0,5x$; ЛУКОЙЛ $=0,1x$

Газпром $=\frac{3}{10}\cdot 0,5x=0,15x$ ✓

$0,5x=0,2x+0,1x+0,15x+8$; $0,05x=8$; $x=160$

$\boxed{\text{Новатэк} = 0,2\cdot 160=32}$ ✓

$\boxed{\text{Роснефть} = 0,5\cdot 160=80}$ ④

$\boxed{\text{ЛУКОЙЛ} = 0,1x\cdot 160=16}$ ✓

$\boxed{\text{Газпром нефть}: 0,15\cdot 160=24}$

ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22347

③ Пусть радиус рощи $=R$; наиболее выгодный вариант рассадки деревьев r - радиус окружности вокруг каждого дерева, такой чтобы не пересекал ни один другой радиус другого дерева. ✓

$R=258$

$l=12$; $r=6$ ✓

Пусть n - кол-ва деревьев.

$\pi r^2 \cdot n \le \pi R^2$; $n=\left(\frac{R}{r}\right)^2=(43)^2=1849$.

3

~~$\frac{R}{r}$~~

$$\begin{array}{r|l} 258 & 6 \\ \hline -24 & 43 \\ 18 & \\ -18 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$1849<2018 \rightarrow \boxed{n<2018}$

④ ~~$\sqrt{x^3-3x-1}\ x$~~

$\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$;

$\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$.

$\begin{cases} x^3-3x+1=x^2-2x+1 \\ x>1 \end{cases}$

$\begin{cases} x^3-x^2-x=0 \\ x>1 \end{cases}$

$\begin{cases} x(x^2-x-1)=0 \\ x>1 \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x>1 \end{cases}$

$\boxed{x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

$x(x^2-x-1)=0$

$x=0$ ✓

$x^2-x-1=0$, $D=1+4=5$

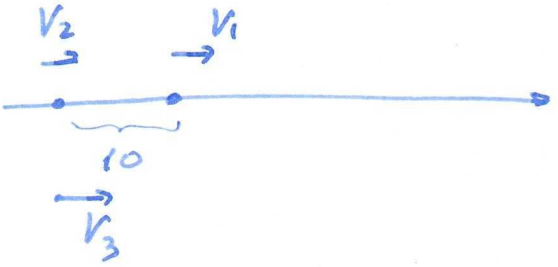
$x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

$x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ✓

8

Ответ: $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ✓

~~③~~ ⑥



$V_1=3$ км/ч
$V_2=5$ км/ч
$V_3=12$ км/ч
$S=10$ км ✓

V_1 - скорость первого путешественника; V_2 - второго; V_3 - мухи
S - расстояние между путешественниками в начале пути
$t=\text{const}$; $t=\frac{S}{V_2-V_1}$; ℓ - расстояние, которое пролетит муха

$\ell=V_3t=V_3\frac{S}{V_2-V_1}=12\cdot\frac{10}{2}=60$ (км). $\boxed{\ell=60\text{ км}}$ ✓

Ответ: $\ell=60$ км. ✓

⑫

⑦ $\sqrt{8x-x^2-7}-\sqrt{11-x}\ge\sqrt{9x-x^2-18}$

$\cancel{8x}-\cancel{x^2}-\cancel{7}\ge\cancel{9x}-\cancel{x^2}-\cancel{18}+\cancel{11}-\cancel{x}+2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18}$

$2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18}\le0$

$\sqrt{11-x}\ge0$; $\sqrt{9x-x^2-18}\ge0$

$2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18}=0$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=11\\x=3\\x=6\end{array}\right.\\x\in[3;6]\end{cases};\quad\left[\begin{array}{l}x=3\\x=6\end{array}\right.$$ ✓

⑫

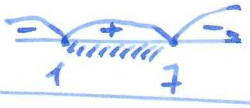
✓

$\boxed{\text{Ответ: } x=3;\ x=6}$

ОДЗ

$-x^2+8x-7\ge0$; $D=3^2$

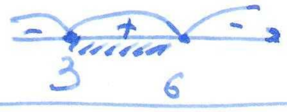
$\left[\begin{array}{l}x=1\\x=7\end{array}\right.$

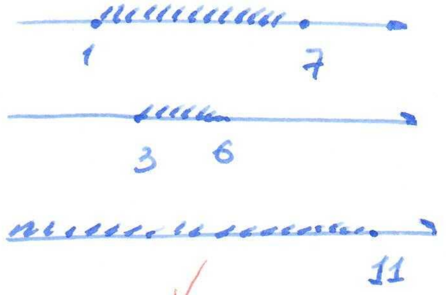


$11-x\ge0$; $x\le11$

$-x^2+9x-18\ge0$; $D=3^2$

$\left[\begin{array}{l}x=3\\x=6\end{array}\right.$





✓

$x\in[3;6]$ - ОДЗ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22347

⑧ $\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$;

~~sinx~~

$\sin^2 y + \cos^2 y = 1 = \sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x} - 2 + \cos^2 x + \frac{1}{\cos^2 x} - 2$;

$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4$;

$(\sin x \cos x)^2 = \frac{1}{4}$;

$\sin x \cos x = \pm\frac{1}{2}$;

$\frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}$;

$\sin 2x = 1$, $k \in Z$

$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $k \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k$; $k \in Z$

з 1) $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$\frac{\sqrt2}{2} - \frac{2}{\sqrt2} = \sin y$;

$-\frac{\sqrt2}{2} = \sin y$;

$\left[\begin{array}{l} y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \\ y = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$

2) $x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$

$\frac{2}{\sqrt2} - \frac{\sqrt2}{2} = \sin y$

$\sin y = \frac{\sqrt2}{2}$

$y = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$

$y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$

⑫

Ответ: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \\ \left[\begin{array}{l} y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \\ y = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \\ \left[\begin{array}{l} y = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \\ y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22347

⑩ При каких x неравенство

$(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$, верно, при любых $a\in(1;3)$

$1<a<3$

$4x^2-2ax^2+13ax-27x+33-13a>0$

$a(-2x^2+13x-13)+4x^2-27x+33>0$ ✓

$-2x^2+13x-13=f(x)$; исследуем $f(x)$

$\frac{-b}{2a}=\frac{13}{4}=3{,}25$; $x=3{,}25$ - вершина параболы $f(x)$,

$a<0$ $(a=-2)$ → если $x>3{,}25$, то $f(x)$ убывает.

Если $x<3{,}25$, то $f(x)$ возрастает ~~⇒ на интервале~~

→ на интервале $a\in(1;3)$ ~~$g(x)$⇒~~ $g(a)=a\cdot f(x)$ имеет наименьшее значение в т. $a=1$; если ~~для~~ найти x [для $a=1$, то это решение гарантированно подойдёт и для $a\in(1;3)$)

$-2x^2+13x-13+4x^2-27x+33>0$

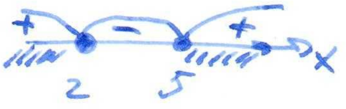
$\Leftrightarrow 2x^2-14x+20>0$

$x^2-7x+10>0$; $D=49-40=3^2$

$x=\frac{7-3}{2}=2$

$x=\frac{7+3}{2}=5$

⑧



; $\boxed{x\in(-\infty;2]\cup[5;+\infty)}$

Ответ: $x\in(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$