

ШИФР 22358

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Я.Н.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	0	4	0	8	11	10	16	0	0	53	пятьдесят три	

51

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36}$$

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} = 3^{10} \cdot \frac{1}{27^3} = 3^{10} \cdot 3^{-9} = 3$$

$$5) \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3} = 64^{\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{3}} = 4$$

$$2) (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot \frac{1}{25^2} = 5^4 \cdot \frac{1}{5^4} = 1$$

$$3) (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} = 1 \cdot 0,6$$

$$4) (\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2 - \sqrt{3} = 4 + 2(2^2 - 3)^{\frac{1}{2}} = 4 + 2 \cdot 1^{\frac{1}{2}} = 6$$

$$6) B = \frac{3 + 1 + 4}{6} \cdot 0,6 = \frac{8 \cdot 6}{6 \cdot 10} = \frac{4}{5}$$

$$A = \frac{B \cdot 100}{10} = \frac{4}{5} \cdot 10 = 8$$

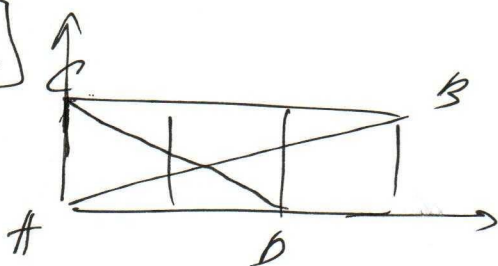
Реш.: A = 8

V (4)



ШИФР 22 358

У3.



$\{A; \vec{AB}; \vec{AC}\}$

A(0;0)
B(3;0)

у-ние прямой AB: $\frac{x-0}{3-0} = \frac{y-0}{0-0}$

C(0;1)

$$\frac{x}{3} = y$$

B(3;1)

у-ние прямой CD: $\frac{x-0}{2-0} = \frac{y-1}{0-1}$

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1}$$

$$\operatorname{tg}(\widehat{(AB)(CD)}) = \left| \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} \right| = \left| \frac{\frac{5}{6}}{1 + \frac{1}{6}} \right| = \left| \frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{6}} \right| = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle((AB)(CD)) = 45^\circ$$

Ответ: 45°

У6

$$S = 75 \text{ км}$$

~~догнать собаку у 1-го велосипедиста~~

$$v_1 = 12 \text{ км/ч}$$

$$\Rightarrow \text{ко 2-му она добежит за } t = \frac{75}{(15+13)} = \frac{75}{28} = 2 \frac{19}{28}$$

$$v_2 = 13 \text{ км/ч}$$

$$v_3 = 15 \text{ км/ч}$$

$$\frac{75}{(12+13)} = 3 \text{ ч} - \text{время встречи велосипедистов} \Rightarrow \text{собака бежала } 3 \text{ ч} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 15 = 45 \text{ км} - \text{пробежала собака}$$

Ответ: 45 км



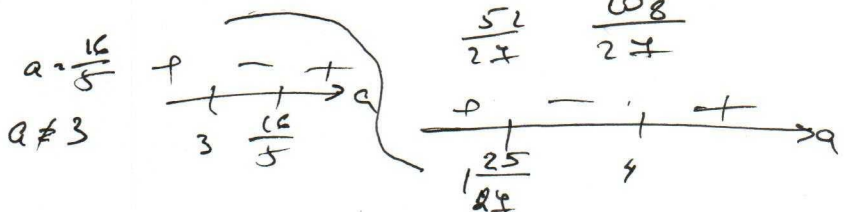
ШИФР 22358

(110)

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a - 8 < 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (16-5a)^2 + (2a-6)(a+8) = 16^2 - 10 \cdot 16a + 25a^2 + 2a^2 + 16a - 6a - 48 = 256 - 150a + 27a^2 + 48 = 27a^2 - 150a + 208$$

$$x_3 = \frac{-B}{2A} = \frac{10a-32}{2(2a-6)} = \frac{5a-16}{2a-6}$$



при $a \in (2; 4)$ $\Delta < 0 \Rightarrow$ неравенство не имеет корней в отрицательной или положительной области или возникает множество корней
при $a \in (2; 3)$ кер-во выполняется при $x \in \mathbb{R}$

$$a = 3 \rightarrow x < \frac{4}{2}$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

$$a \in (3; 4) \Rightarrow \text{кер-во} > 0 \quad x \in \emptyset$$

Ответ: $x \in \emptyset$

(5.7)

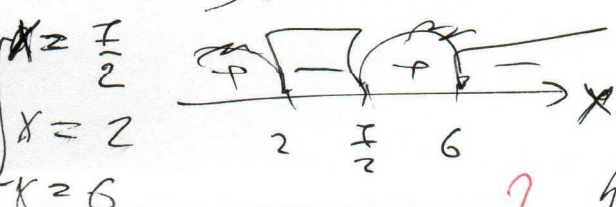
$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12} \quad \sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{7-2x} + \sqrt{8x-x^2-12}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6x-x^2-5 \geq 0 & x^2-6x+5 \leq 0 & x \in [1; 5] \\ 7-2x \geq 0 & 2x \leq 7 & x \in (-\infty; \frac{7}{2}] \\ 8x-x^2-12 \geq 0 & x^2-8x+12 \leq 0 & x \in [2; 6] \end{cases}$$

$$6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12 + 7-2x + 2\sqrt{7-2x}\sqrt{8x-x^2-12}$$

$$0 \geq 2\sqrt{7-2x}\sqrt{8x-x^2-12}$$

$$0 \geq 4(7-2x)(8x-x^2-12)$$



$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \in [1; 5] \\ x \in (-\infty; \frac{7}{2}] \\ x \in [2; 6] \end{cases} \Rightarrow x \in [2; \frac{7}{2}]$$

Ответ: $x \in [2; \frac{7}{2}]$

$$\text{Следует!} \quad x \in [2; \frac{7}{2}] \cup [6; \infty)$$

ШИФР 22358

√5. $\lg 15 \cdot \lg 25 \cdot \lg 35 \cdot \lg 85 = 1$

$$\lg x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\frac{\sin 85 \cdot \sin 25 \cdot \sin 35 \cdot \sin 15}{\cos 85 \cdot \cos 25 \cdot \cos 35 \cdot \cos 15} = \frac{\frac{1}{2}(\cos(85-25) - \cos(85+25))}{\frac{1}{2}(\cos(85-25) + \cos(85+25))} \cdot \frac{\frac{1}{2}(\cos(35-15) - \cos(35+15))}{\frac{1}{2}(\cos(35-15) + \cos(35+15))}$$

$$= \frac{(\frac{1}{2} - \cos 110)(\cos 20 - \cos 50)}{(\frac{1}{2} + \cos 110)(\cos 20 + \cos 50)} = \frac{\frac{1}{2} \cos 20 - \cos 110 \cos 20 - \frac{1}{2} \cos 50 + \cos 110 \cos 50}{\frac{1}{2} \cos 20 + \frac{1}{2} \cos 50 + \cos 110 \cos 20 + \cos 110 \cos 50} \quad (2)$$

1) $\frac{\frac{1}{2}(\cos 60 - \cos 110)}{\frac{1}{2}(\cos 60 + \cos 110)} = \frac{\frac{1}{2} - \cos 110}{\frac{1}{2} + \cos 110}$

2) $\frac{\frac{1}{2}(\cos 20 - \cos 50)}{\frac{1}{2}(\cos 20 + \cos 50)} = \frac{\cos 20 - \cos 50}{\cos 20 + \cos 50}$

3) $\cos 110 \cos 20 = \frac{1}{2}(\cos(110-20) + \cos(110+20)) = \frac{1}{2}(\cos 90 + \cos 130) = \frac{1}{2} \cos 130$

4) $\cos 110 \cos 50 = \frac{1}{2}(\cos(110-50) + \cos(110+50)) = \frac{1}{2}(\cos 60 + \cos 160) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos 160$

(2) $\frac{\frac{1}{2} \cos 20 - \frac{1}{2} \cos 50 - \frac{1}{2} \cos 130 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos 160}{\frac{1}{2} \cos 20 + \frac{1}{2} \cos 50 + \frac{1}{2} \cos 130 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos 160} = \frac{\frac{1}{2} \cos 20 - \frac{1}{2} \cos 50 + \frac{1}{2} \cos 50 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 20}{\frac{1}{2} \cos 20 + \frac{1}{2} \cos 50 - \frac{1}{2} \cos 50 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cos 20} \quad (2)$

5) $\cos 160 = -\cos(180 - 20) = -\cos 20$

6) $\cos 130 = -\cos(180 - 50) = -\cos 50$

(2) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = 1$ ч.т.д. (8)

√8 $\frac{\cos x + \cos y}{\sin x - \cos y} = \sin^2 x$

$\cos y = \sin^2 x - \cos x$
 $\frac{\cos y}{\sin x - \sin^2 x + \cos x} = \cos x$

II) $\cos x \geq 0$

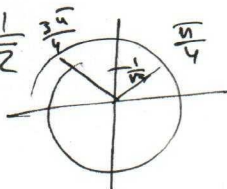
$\sin x - \sin^2 x + \cos x = \cos^2 x$

$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$

$\sin x + \cos x = 1$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos \varphi \sin x + \sin \varphi \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\sin(x + \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

см. на следующую стр.

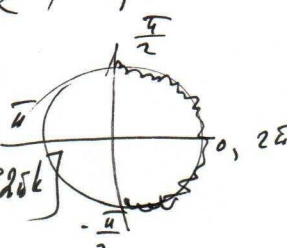


ШИФР 22 358

[152] продолжение

$$\begin{cases} x+y = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \\ x+y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi l, \end{cases} \quad n, l \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi l \end{cases} \quad n, l \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x \geq 0$$


$$x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right], \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$$

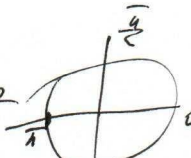
$$\begin{cases} x = 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi l \end{cases} \quad \text{оба корня подходят} \quad n, l, k \in \mathbb{Z}$$

[14] $\cos y = \sin^2 x - \cos x$

1) $\cos y = \sin^2 2\pi - \cos 2\pi$

$$\cos y = 0 - 1$$

$$\cos y = -1$$

$$y = \pi + 2\pi h, \quad h \in \mathbb{Z}$$


2) $\cos y = \sin^2 \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}$

$$\cos y = 1 - 0$$

$$\cos y = 1$$

$$y = 2\pi m, \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi n \\ y = \pi + 2\pi h \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi l \\ y = 2\pi m \end{cases} \quad n, h, l, m \in \mathbb{Z}$$

Проверка

$$\sin 2\pi - \cos \pi = 0 - (-1) = 1 \geq 0$$

$$\sin \frac{\pi}{2} - \cos 2\pi = 1 - 1 = 0 \geq 0$$

Ответ: $\begin{cases} x = 2\pi n \\ y = \pi + 2\pi h \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi l \\ y = 2\pi m \end{cases} \quad n, h, l, m \in \mathbb{Z}$

(16)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22358

12

$$4H \quad t = 114$$

$$34 \quad t = 184$$

$$34 \quad t = ?$$

у 4 насосов одинаковая производительность

$$V_1 = x$$

$$V_2 = y$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} - \text{1-ый насос}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$$

$$4p \cdot 11 = x + \frac{1}{3}y \quad \frac{x}{4p} + \frac{y}{3p} = 11$$

$$3p \cdot 18 = x + \frac{1}{4}y \quad \frac{x}{3p} + \frac{y}{4p} = 18$$

$$3p(18 - 2) + p(2) = x + \frac{1}{4}y$$

$$\frac{9}{4} = \frac{132p - y}{72p - y} \quad 9 \cdot 72p - 9y = 132p - 4y$$

$$5y = 132p + 9 \cdot 72p$$

$$5y = 508p \quad \frac{3p}{y} = \frac{508}{5 \cdot 3} = 169 \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$x+2016 = y - \text{замена}$$

$$\frac{1}{(y-2)(y-1)} + \frac{1}{(y-1)y} + \frac{1}{y(y+1)} + \frac{1}{(y+1)(y+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{y^2 - y + y^2 - y - 2y + 2}{(y-2)(y-1)y} + y^2$$

$$\frac{y(y+1)(y+2) + (y-2)(y+1)(y+2) + (y-2)(y-1)(y+2) + (y-2)(y-1)y}{(y-2)(y-1)y(y+1)(y+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$y(y+1)(y+2) + (y-2)(y+1) + (y-2)$$

? ϕ



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22358

√4

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x \quad \text{ОДЗ: } \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = \frac{1}{4}x$$

$$((1+x)(1-x))^{\frac{1}{2}} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = \frac{1}{4}x$$

$$(1-x^2)^{\frac{1}{2}} + \sqrt{1+x} = \frac{1}{4}x + \sqrt{1-x}$$

$$1-x^2 + 1+x + 2\sqrt{1-x^2}\sqrt{1+x} = \frac{1}{16}x^2 + 1-x + 2\frac{1}{4}x\sqrt{1-x}$$

$$1-x^2 - \frac{1}{16}x^2 + 2x + 2\sqrt{1-x^2}\sqrt{1+x} + 2\frac{1}{4}x\sqrt{1-x} = 0$$

$$1 - \frac{17}{16}x^2 + 2x + 2\sqrt{1-x} \left(\sqrt{1+x}\sqrt{1+x} + \frac{1}{4}x \right) = 0$$

$$1 - \frac{17}{16}x^2 + 2x + 2\sqrt{1-x} \left(1+x + \frac{1}{4}x \right) = 0$$

$$1 - \frac{17}{16}x^2 + 2x + 2\sqrt{1-x} \left(1 + \frac{5}{4}x \right) = 0$$

ϕ