ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22455

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	12	4	0	1	53	пятьдесят три	

Задание 1

$$A = \frac{2^{-1} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{0,5+1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5$$

4

60% от $A = 0,6 \cdot A = 0,6 \cdot 5 = 3$

Ответ: 3.

Задание 2.

Пусть x - объем всего добытого газа, тогда

Новатэк $\frac{1}{5}x$

Роснефть $\frac{1}{2}x$

Лукойл $\frac{1}{10}x$

Газпром $0,3 \cdot \frac{1}{2}x$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + 0,3 \cdot \frac{1}{2}x + 8$$

$$\frac{10x - 4x - 2x - 3x}{20} = 8$$

$$x = 20 \cdot 8$$

$x = 160$ (млрд $м^3$) газа

4

Ответ: Новатэк добыл 32 млрд $м^3$, Роснефть 80 млрд $м^3$, Лукойл 16 млрд $м^3$, Газпром нефть 24 млрд $м^3$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22455

Задание 5.

$$\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3}$$

Док-во:

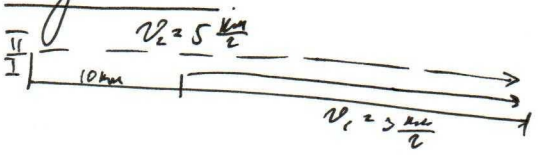
1) $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1=\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha(1-\sin^2\alpha)-$
$-\cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha-\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha=-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$

2) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^4\alpha\cdot\cos^2\alpha+3\sin^2\alpha\cdot\cos^4\alpha-$
$-3\sin^4\alpha\cdot\cos^2\alpha-3\sin^2\alpha\cdot\cos^4\alpha-1=$ ~~$\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^2\alpha\cos^2\alpha$~~
$=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^3-3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)-1=$
$=1^3-3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha\cdot1-1=-3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha$

3) $\frac{-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}{-3\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$, ч.т.д.

8

Задание 6



1. Найдем, через какое время путешественники встретятся:

$S_1+10=S_2$

$v_1t+10=v_2t$

$3t+10=5t$

$t=5$ (часов)

2. Оса летала то же время, что и путешественники до встречи, следовательно она пролетела $S_o=v_o\cdot t$

$S_o=12\cdot5=60$ (км)

Ответ: 60 км.

12

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22 455

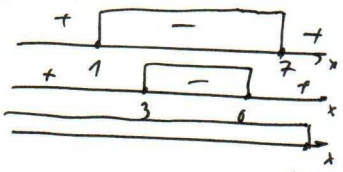
Задание 7.

$$\sqrt{8x-x^2-7}-\sqrt{11-x}\geq\sqrt{9x-x^2-18}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 8x-x^2-7\geq 0 \\ 11-x\geq 0 \\ 9x-x^2-18\geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-8x+7\leq 0 \\ x\leq 11 \\ x^2-9x+18\leq 0 \end{cases}$$



ОДЗ: $x\in[3;6]$.

Ответ: ~~бла~~. $\{3\}\cup\{6\}$.

Решение:

$$\sqrt{8x-x^2-7}\geq\sqrt{9x-x^2-18}+\sqrt{11-x} \quad |^2$$

$$8x-x^2-7\geq 9x-x^2-18+11-x+2\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}$$

$$8x-x^2-7\geq 8x-x^2-7+2\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}$$

$$\sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}\leq 0 \quad \text{т.к. } \sqrt{(9x-x^2-18)(11-x)}\geq 0$$

неравенство сводится к уравнению

$$(9x-x^2-18)(11-x)=0$$

$9x-x^2-18=0$ $\quad x_1=3 \quad x_2=6$

$11-x=0 \quad x_3=11$ не уд. ОДЗ.

12

Задание 8.

$$\begin{cases} \sin x-\frac{1}{\sin x}=\sin y \\ \cos x-\frac{1}{\cos x}=\cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x-1}{\sin x}=\sin y \\ \frac{\cos^2 x-1}{\cos x}=\cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{\cos^2 x}{\sin x}=\sin y \\ \frac{\cos^2 x-1}{\cos x}=\cos y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x=-\sin x\cdot\sin y \quad ** \\ -\sin x\cdot\sin y-1=\cos y\cdot\cos x \quad * \end{cases}$$

$*$ ~~бла~~ $\cos y\cdot\cos x+1+\sin x\cdot\sin y=0$

$$\frac{1}{2}(\cos(x+y)+\cos(x-y))+\frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))+1=0 \quad |\cdot 2$$

$$\cancel{\cos(x+y)}+\cos(x-y)+\cos(x-y)-\cancel{\cos(x+y)}=-2$$

$$\cos(x-y)=-1$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22458

$\cos(x-y)=-1$

$x-y=\pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x-1}{\sin x}=\sin y \\ \frac{-\sin^2 x}{\cos x}=\cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\cos x\cdot\cos y-1=\sin x\sin y \\ \sin^2 x=-\cos x\cdot\cos y \end{cases}$$

$\sin^2 x+\cos x\cdot\cos y=0$

$\cos^2 x-\sin x\cdot\sin y=0$

$\cos^2 x-\frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))=0$

Задание 4.

$\sqrt{x^2-3x+1}=x-1$

$\sqrt{x^2-3x+1}=-1+x\ |^2$

$$\begin{cases} -1+x\geq 0 \\ x^2-3x+1=x^2-2x+1 \end{cases}$$

$x\geq 1$

$x^2-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0$

$x=0$ не уд. ООЗ.

$x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ не уд. ООЗ

Ответ: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

8

Задание 10.

$(4-2a)x^2+(3a-27)x+33-13a>0$

$a>\frac{-4x^2+27x-33}{2x^2-13x-13}$

$$\begin{cases} \frac{-4x^2+27x-33}{2x^2-13x-13}>1 \\ \frac{-4x^2+27x-33}{2x^2-13x-13}<3 \end{cases}$$

$\frac{-4x^2+27x-33-2x^2+13x+13}{2x^2-13x-13}>0$

$\frac{-6x^2+40x-20}{2x^2-13x-13}>0$

$-20+\sqrt{280}\approx 0{,}5$

$\frac{13-\sqrt{273}}{4}\approx -1$ $\quad$ $\frac{13+\sqrt{273}}{4}\approx 7{,}5$

$\frac{-20-\sqrt{280}}{-6}=6$

1

$\frac{-4x^2+27x-33-6x^2+39x+39}{2x^2-13x-13}<0$

$\frac{-10x^2+66x+6}{2x^2-13x+13}<0$

Проверка подставлением при $x=7$ ряд: $\frac{-4\cdot 49+27\cdot 7-33}{2\cdot 49-13\cdot 7-13}<3$ $\frac{-49}{-26}<3$ верно

при $x=8$ $\frac{-4\cdot 64+27\cdot 8-33}{2\cdot 64-13\cdot 8-13}<3$ $\frac{-49}{-26}<3$ не верно.