ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 25902

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	2	8	8	12	12	8	0	0	58	пятьдесят восемь	[illegible]

(1) ① $A = \dfrac{\frac{1}{4}+1}{4-\frac{5}{4}+\frac{9}{4}} + 4{,}75 = \dfrac{1\frac{1}{4}}{5} + 4{,}75 = 5$

4

② $5 \cdot 0{,}6 = 3$

Ответ: 60 % от A → 3

(2) НОВАТЭК : РОСНЕФТЬ : ЛУКОЙЛ $= \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{7}{10} = 2 : 5 : 7$

НОВАТЭК → $2x$ газа

РОСНЕФТЬ → $5x$ газа

ЛУКОЙЛ → x газа

ГАЗПРОМ НЕФТЬ → $5x \cdot 0{,}3 = 1{,}5x$

$5x = 2x + x + 1{,}5x + 8$

$x = 16$

$2x = 32$, $5x = 80$, $x = 16$, $1{,}5x = 24$

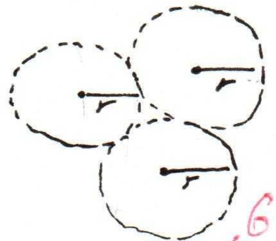
4

Ответ: НОВАТЭК добыла 32 млрд. куб. м, РОСНЕФТЬ добыла 80 млрд. куб. м, ЛУКОЙЛ добыла 16 млрд. куб. м., ГАЗПРОМ НЕФТЬ добыла 24 млрд. куб. м.

(3) На площади формы круга с радиусом 12 м. вокруг каждого дерева деревьев больше нет

⇓

Каждое дерево занимает площадь $S = \pi r^2$



$S_{площади} = \pi R^2$

$S_{деревьев} = 2018 \pi r^2$

$2018 \pi r^2 \geq \pi R^2$

$2018 r^2 \geq R^2$

$2018 \cdot 144 \geq 258^2$

2

$r = \cancel{12}\ 6$ м

$R = 258$ м

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

(ab)c=a(bc) E=mc²

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 25902

3 (продолжение)

Очевидно, что $2018 \cdot 144 > 258^2$ => в роще не больше 2018 деревьев.

4 $\sqrt{x^3-3x+1} - x = -1$

Обл. допуст. значений:

$$\begin{cases} x^3-3x+1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$$

$\sqrt{x^3-3x+1} = x-1$

$x^3-3x+1 = x^2-2x+1$

$x^3-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0$

$D = 1+4=5$

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x_3 = 0 \end{array}\right.$$

Учитывая ОДЗ,

$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

8

5 $\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1} = \frac{2}{3}$

$3\sin^4\alpha+3\cos^4\alpha-3 = 2\sin^6\alpha+2\cos^6\alpha-2$

$\sin^4\alpha(3-2\sin^2\alpha)+\cos^4\alpha(3-2\cos^2\alpha)=1$

$\sin^4\alpha(1+2\cos^2\alpha)+\cos^4\alpha(1+2\sin^2\alpha)=1$

$\sin^4\alpha+2\cos^2\alpha\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^4\alpha=1$

$\sin^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)+\cos^4\alpha=1$

$\sin^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha=1$

$(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2=1$

$(1)^2=1$

8

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 25902

(6) Нам неважно, куда летит она, нам важно только время.

$v_{догона} = 5-3 = 2$ км/ч → скорость второго относительно первого

$t_{догона} = \frac{S}{v_{догона}} = \frac{10}{2} = 5$ часов → в течение этого времени она летала

$L_{пчелы} = v_{пчелы} \cdot t_{догона} = 12 \cdot 5 = 60$ км.

Ответ: она пролетела 60 километров

12

(7) $\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geqslant \sqrt{9x-x^2-18}$

ОДЗ: $\begin{cases} 8x-x^2-7 \geqslant 0 \\ 11-x \geqslant 0 \\ 9x-x^2-18 \geqslant 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-8x+7 \leqslant 0 \\ x \leqslant 11 \\ x^2-9x+18 \leqslant 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-7)(x-1) \leqslant 0 \\ x \leqslant 11 \\ (x-6)(x-3) \leqslant 0 \end{cases}$ $\rightarrow x \in [3;6]$

$\sqrt{8x-x^2-7} \geqslant \sqrt{11-x} + \sqrt{9x-x^2-18}$ Обе части больше нуля

$8x-x^2-7 \geqslant 11-x+9x-x^2-18+2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)}$ возведём в квадрат

$2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)} \leqslant 0$

$\Downarrow$

$(11-x)(9x-x^2-18) = 0$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 11 \\ x = 6 \\ x = 3 \end{array}\right. \\ x \in [3;6] \end{cases} \rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 3 \end{array}\right.$

12

Ответ: $x=3$, $x=6$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 25902

8

$$\begin{cases} \sin x - \dfrac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \dfrac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$\sin^2 y + \cos^2 y = 1 \Rightarrow \sin^2 x - 2 + \dfrac{1}{\sin^2 x} + \cos^2 x - 2 + \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4$$

$$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \times \cos^2 x} = 4$$

$$\frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = 4$$

$$\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$2 \sin x \cos x = \pm 1$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -1 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin y = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin y = \frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$$

= ?

$$\left[\begin{array}{l} y = \arcsin(-\frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ y = \arcsin(\frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$$

= ?

При возведении в квадрат появляются лишние корни.

8

Ответ: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$

$y = \arcsin(-\frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$y = \arcsin(\frac{1}{\sqrt{2}}) + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$