

ШИФР

28898

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МРТУ им. И. Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	4	9	0	0	49	сорок девять	Киш

$$5. \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2}{3}$$

$$3(\sin^4 x + \cos^4 x - 1) = 2(\sin^6 x + \cos^6 x - 1)$$

$$3\sin^4 x + 3\cos^4 x - 3 = 2\sin^6 x + 2\cos^6 x - 2$$

$$3\sin^4 x - 2\sin^6 x + 3\cos^4 x - 2\cos^6 x - 3 - 2 = 0$$

$$\sin^4 x (3 - 2\sin^2 x) + \cos^4 x (3 - 2\cos^2 x) - 5 = 0$$

$$\sin^4 x (2 + 1 - 2\sin^2 x) + \cos^4 x (3 - 2\cos^2 x) - 5 = 0$$

$$\sin^4 x (2 + \cos 2x) - \cos^4 x (2\cos^2 x - 1 - 2) - 5 = 0$$

$$\sin^4 x (2 + \cos 2x) - \cos^4 x (\cos 2x - 2) - 5 = 0$$

$$\sin^4 x (2 + \cos 2x) - \cos^4 x (\cos 2x - 2) - 5(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$$

$$\sin^4 x (2 + \cos 2x) - \cos^4 x (\cos 2x - 2) - 5\sin^2 x - 5\cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x (\sin^2 x - 5) - \cos^2 x (\cos^2 x - 5)$$

$$\sin^2 x (\sin^2 x (2 + \cos 2x) - 5) - \cos^2 x (\cos^2 x (\cos 2x - 2) + 5) = 0$$

8



ШИФР 28898

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ 

$$1. A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75$$

60% от A - ?

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = 5$$

$$1.) 2^{-2} + 2018^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{4} + 1 = 1,25$$

$$2.) (0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$$

$$= 4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4} = \frac{16 - 5 + 9}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$3.) \frac{1,25}{5} = \frac{2,5}{10}$$

14

$$4.) \frac{2,5}{10} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5$$

$$60\% \text{ от } A = 5 \cdot 0,6 = 3.$$

Ответ: 3.

2. Пусть объем добычи газа для компании «Коватэк» = K, для компании «Роснефть» = P, для компании «Лукойл» = L, а для компании «Газпром нефть» = G, тогда по условию K:P:L = 0,2:0,5:0,1. Из этого следует, что $\frac{K}{P} = \frac{0,2}{0,5} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5K = 2P$;
 $\frac{P}{L} = \frac{0,5}{0,1} = 5 \Rightarrow P = 5L$; $\frac{K}{L} = \frac{0,2}{0,1} = 2 \Rightarrow K = 2L$. А $G = 0,3 P$.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 28898

Продолжение задания №2.

Также из условия следует, что $P - H - A - T = 8$.

Заменим все величины через переменную A :

$$5A - 2A - A - 1,5A = 8.$$

$$5A - 4,5A = 8$$

$$0,5A = 8$$

$$A = \frac{8}{0,5}$$

$$A = 16$$

Значит компания "Лукойл" добыла 16 млрд. куб. м газа.

Компания "Роснефть" добыла $16 \cdot 5 = 80$ млрд. куб. м

куб. газа. Компания "Газпром нефть" добыла $80 \cdot 0,3 = 24$ млрд.

куб. газа. Компания "Новатэк" добыла $2 \cdot 16 = 32$ млрд. куб. м

Ответ: 32 млрд. куб. м; 80 млрд. куб. м; 24 млрд. куб. м; 16 млрд. куб. м.

$$4. \sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x^3 - 3x + 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x^3 - 3x + 1 \geq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$(\sqrt{x^3 - 3x + 1})^2 = (x - 1)^2$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

4



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

28898

Продолжение задания № 4

$$x^3 - 3x + 2x - x^2 + 1 - 1 = 0$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$x = 0$ — не удовлетворяет ОДЗ ($x \geq 1$) или $x^2 - x - 1 = 0$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

не удовлетворяет ОДЗ $x \geq 1$, т.к.

$$\sqrt{5} < \sqrt{1} \Rightarrow \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < \sqrt{1}$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

6. Если два путешественника идут по одной и той же дорожке, то скорость их сближения равна: $5 - 3 = 2$ (км/ч). Они сближаются за время, равное $10 : 2 = 5$ (ч). Оба же за это время проедут $5 \cdot 12 = 60$ (км). (скорость её движения оставалась постоянной, а менялось только направление)

Ответ: 60 км.

$$7. \sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} - \sqrt{9x - x^2 - 18} \geq 0$$

$$f(x) = \sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} - \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

12

ШИФР
28898

Продолжение задания № 7

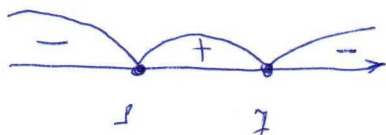
$$D(f): \begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \quad \text{И-}$$

1) $8x - x^2 - 7 \geq 0$

$x^2 - 8x + 7 = 0$

$D = 64 - 28 = 36$

$x_{1,2} = \frac{8 \pm 6}{2} = [3; 7]$



$x \in [3; 7]$

2) $11 - x \geq 0$

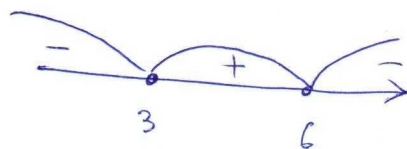
$x \leq 11$

3) $9x - x^2 - 18 \geq 0$

$x^2 - 9x + 18 = 0$

$D = 81 - 72 = 9$

$x_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{2} = [3; 6]$



$x \in [3; 6] \quad \checkmark$

II/

$D(f): x \in [3; 6]$

$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} - \sqrt{9x - x^2 - 18} = 0$

$(\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x})^2 = (\sqrt{9x - x^2 - 18})^2$

$8x - x^2 - 7 - 2 \cdot \sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} + 11 - x = 9x - x^2 - 18$

$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 9x + x^2 + 18 = 2 \sqrt{88x - 8x^2 - 11x^2 + x^3 - 77 + 7x}$

$(22 - 2x)^2 = (2 \sqrt{x^3 - 19x^2 - 77 + 95x})^2$

$484 - 88x + 4x^2 = 4(x^3 - 19x^2 - 77 + 95x)$

$4(121 - 22x + x^2) = 4(x^3 - 19x^2 - 77 + 95x)$

$x^3 - 19x^2 - 77 + 95x - 121 + 22x - x^2 = 0$

(4)

~~95
 + 22

 117~~



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

28898

Продолжение задания №7:

$$X^3 - 20X^2 + 117X - 198 = 0$$

$$8. \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\text{ВДЗ: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin^2 y + \cos^2 y = 1$$

$$\left(\sin x - \frac{1}{\sin x} \right)^2 + \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)^2 = 1$$

$$\sin^2 x - \frac{2 \cdot \sin x}{\sin x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \cos^2 x - \frac{2 \cdot \cos x}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 2 - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 1$$

$$1 - 1 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - 4 = 0$$

$$4 = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 4 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$4 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x \cdot \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x \cdot \cos^2 x = 0,25$$

$$(\sin x \cdot \cos x)^2 = (\pm 0,5)^2$$

$$\sin x \cdot \cos x = 0,5$$

или

$$\sin x \cdot \cos x = -0,5$$

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 1$$

или

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = -1$$

$$\sin 2x = 1$$

$$\sin 2x = -1$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

28898

Продолжение задания № 8:

$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin y = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$\sin y = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\sin y = \frac{\sqrt{2} - 4}{2\sqrt{2}} \quad ?$$

$$y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{2} - 4}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

1-ая серия решений:

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{2} - 4}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{2} - 4}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2-ая серия решений:

$$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{4 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: 1) $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{2} - 4}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

2) $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{4 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\sin y = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$\sin y = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\sin y = \frac{4 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$y = (-1)^k \arcsin\left(\frac{4 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

9