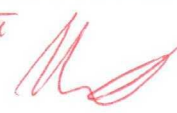


ШИФР 29433

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	—	—	12	12	—	8	52	пятьдесят два	

№1 A-?, если $B=0,1A$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^4 \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{27^3} + \left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{(5^2)^2} + 64^{\frac{1}{3}}}{4 + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} \cdot 0,6 = \frac{\frac{3^{10}}{3^9} + \frac{5^4}{5^4} + 4}{4 + 2\sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}} \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{3+1+4}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{10}$$

$$A = \frac{B}{0,1} = \frac{8}{10 \cdot 0,1} = 8$$

Ответ: 8. ✓

№2.

I+II+III+IV

I+II+III

I

I+II+III

Производительность

$4x$ шт/ч

$3x$ шт/ч

x шт/ч

$3x$ шт/ч

Время
работы
11ч

$\frac{A}{3x}$ ч

$\frac{B}{4x}$ ч

? ч

Объём работы
 $(\frac{1}{3}B + A)$ шт

A шт.

$\frac{1}{4}B$ шт

B шт.

Найти $\frac{B}{3x}$ ч.

Пусть A-объём первого танкера
B-объём второго танкера
x-производительность насоса

$$\textcircled{1} \left\{ \frac{A}{3x} + \frac{B}{4x} = 18 \right.$$

$$\textcircled{2} \left\{ 4x \cdot 11 = A + \frac{1}{3}B \right.$$

см. продолжение.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 29433

№2 (продолжение)

$$\textcircled{1}: \frac{A}{3x} + \frac{B}{4x} = 18$$

$$\frac{4A + 3B}{12x} = 18$$

$$A = \frac{18 \cdot 12x - 3B}{4}$$

$$\textcircled{2}: 44x = \frac{18 \cdot 12x - 3B}{4} + \frac{B}{3}$$

$$44 \cdot 12x = (18 \cdot 12x - 3B)3 + 4B$$

$$44 \cdot 12x = 3 \cdot 18 \cdot 12x - 5B$$

$$5B = 12x(3 \cdot 18 - 44)$$

$$5B = 12 \cdot 10x$$

$$\frac{B}{3x} = 8 \quad (2)$$

Ответ: 8 часов потребуется трём насосам, чтобы заполнить второй танкер. (4)

№4. $(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$

Пусть $a = \sqrt{1+x}$, $a \geq 0$

$$a^2 = 1+x$$

$$x = a^2 - 1$$

$$(a-1)(\sqrt{1-a^2+1} + 1) = \frac{1}{4}(a^2-1)$$

$$4(a-1)(\sqrt{2-a^2} + 1) - (a-1)(a+1) = 0$$

$$(a-1)(4(\sqrt{2-a^2} + 1) - (a+1)) = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ \textcircled{1}: 4\sqrt{2-a^2} + 4 - a - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{1}: 4\sqrt{2-a^2} - a + 3 = 0$$

$$4\sqrt{2-a^2} = a - 3$$

$$\begin{cases} a - 3 \geq 0 \\ 16(2-a^2) = a^2 - 6a + 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq 3 \\ 32 - 16a^2 = a^2 - 6a + 9 \end{cases}$$

$$17a^2 - 6a - 23 = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac, \quad k = -3$$

$$D_1 = 9 + 17 \cdot 23 = 400 = 20^2$$

$$a_1 = \frac{3+20}{17} = \frac{23}{17} < 3$$

$$a_2 = \frac{3-20}{17} < 3$$

см. ранее

ОДЗ:

$$\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$x \in [-1; 1] \quad \checkmark$$

ШИФР 29433

№4. (продолжение)

$$\begin{cases} a \neq 1 \\ a = \frac{23}{17} \end{cases} \quad a = 1$$

$$\sqrt{1+x} = 1$$

$$1+x = 1$$

$$x = 0$$

Ответ: 0. ✓

(8)

$$\sqrt{1+x} = \frac{23}{17}$$

$$1+x = \frac{23^2}{17^2}$$

$$x = \frac{23^2 - 17^2}{17^2}$$

$$x = \frac{(23-17)(23+17)}{17^2} = \frac{6 \cdot 40}{289} = \frac{240}{289}$$

№8. $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$

$$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \cos y = \sin^2 x - \cos x \\ \sin x - \sin^2 x + \cos x = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\sin x + \cos x = 1 \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ x = 2\pi m \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2\pi t, t \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi t); (2\pi m; 2\pi k), m, n, t, k \in \mathbb{Z}$.

(12)

№7. $\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$

ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ 2x \leq 7 \\ x^2 - 8x + 12 \leq 0 \\ (x-5)(x-1) \leq 0 \\ x \leq \frac{7}{2} \\ (x-2)(x-6) \leq 0 \end{cases}$



$$x \in [2; \frac{7}{2}]$$

$$6x - x^2 - 5 + 7 - 2x - 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \geq 8x - x^2 - 12$$

$$4x + 2 - 8x + 12 \geq 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)}$$

$$7 - 2x \geq \sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)}$$

см. ранее

№7. (продолжение).

$$49 + 4x^2 - 28x \geq 42x - 12x^2 - 7x^2 + 2x^3 - 35 + 10x$$

$$2x^3 - 19x^2 + 52x - 35 + 28x - 4x^2 - 49 \leq 0$$

$$2x^3 - 23x^2 + 80x - 84 \leq 0$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 23x^2 + 80x - 84 & x-2 \\ \underline{2x^3 - 4x^2} & \\ -19x^2 + 80x & \\ \underline{-19x^2 + 38x} & \\ 42x - 84 & \\ \underline{-42x + 84} & \\ 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} x-2 \\ 2x^2 - 19x + 42 \end{array}$$

$$2x^2 - 19x + 42 = 0$$

$$D = 361 - 336 = 25$$

$$x_1 = \frac{19+5}{4} = 6$$

$$x_2 = \frac{19-5}{4} = \frac{7}{2}$$

$$(x-2)(x-6)(x-\frac{7}{2}) \leq 0$$



$$\Rightarrow x \in \{2; \frac{7}{2}\}$$

OD3: 

Ответ: $\frac{7}{2}; 2$. ✓

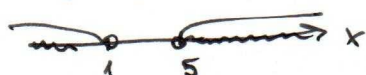
(12)

№10. $(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a-8 < 0$

a=2: $-2x^2 + 12x - 10 < 0$

$$x^2 - 6x + 5 > 0$$

$$(x-5)(x-1) > 0$$



$x-1$ $2 < a < 4$

a=4: $2x^2 - 8x - 12 < 0$

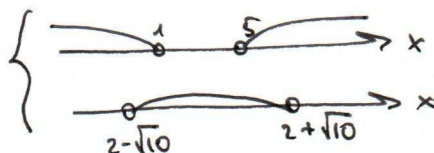
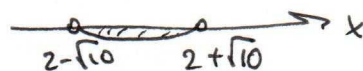
$$x^2 - 4x - 6 < 0$$

$$D_1 = k^2 - ac, k = -2$$

$$D_1 = 4 + 6 = 10$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{10}$$

$$x_2 = 2 - \sqrt{10}$$



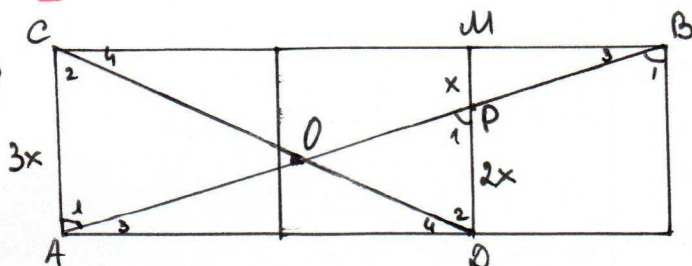
$$x \in (2-\sqrt{10}; 1) \cup (5; 2+\sqrt{10})$$

Ответ: $x \in (2-\sqrt{10}; 1) \cup (5; 2+\sqrt{10})$.

(8)

№3:

$\angle COA = \angle O-?$





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 29433

$$1) AB = \sqrt{10}$$

$$CO = \sqrt{5}$$

$$2) \sin \angle 1 = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$3) \sin \angle 2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$3) \frac{1}{\sin \angle O} = \frac{CO}{\sin \angle 1} = \frac{AO}{\sin \angle 2} \quad (\text{th синусов для } \triangle ACO)$$

$$2CO\sqrt{10} = 3\sqrt{5}AO$$

$$AO = \frac{2\sqrt{2}CO}{3}$$

$$4) \frac{MP}{PO} = \frac{1}{2} \quad (\text{по подобию } \triangle APD \text{ и } \triangle MPB)$$

$$5) \triangle CAO \sim \triangle OPD \text{ по двум углам}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{CO}{OD}$$

$$CO = CO + OD = \sqrt{5}$$

$$OD = \sqrt{5} - CO$$

$$\frac{3}{2} = \frac{CO}{\sqrt{5} - CO}$$

$$3\sqrt{5} - 3CO = 2CO$$

$$CO = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$6) \sin \angle O = \frac{\sin \angle 1}{CO} = \frac{3 \cdot 5}{\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \angle O = 45^\circ$$

Ответ: 45° . ✓

(4)