ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29858

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	3	4	4	1	2	12	12	16	16	0	70	семьдесят	

6. классич. задача про муху ⇒

Все единицы в км, ч, км/ч.

A → 12 км/ч, 75 км/ч, ← B 13 км/ч

$v_{сближ} = v_1 + v_2 = 25$. $t_{до\ встречи} = \frac{75}{25} = 3$ ч. ⇒

собака бегала 3 часа, т.к. бегала равно между вело-ми.

$S_{соб} = v_{соб} \cdot t = 3 \cdot 15 = 45$ (км).

Ответ: 45 км.

12

$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$. ОДЗ $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases}$ 5

$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x} - \sqrt{1+x} - 1 = \frac{1}{4}x$

$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1+x} = \frac{1}{4}x$

$tg\,45° = 1$

~~сделаем замену~~: восп-емся преобр-ем.

$tg\,x + tg\,y = \frac{tg\,x + tg\,y}{1 - tg\,x\,tg\,y}$

$tg(45-30)\,tg(45-20)\,tg(45-10)\,tg(45+40) =$

$= \frac{1 - tg\,30}{1 + tg\,30} \cdot \frac{1 - tg\,20}{1 + tg\,20} \cdot \frac{1 - tg\,10}{1 + tg\,10} \cdot \frac{1 + tg\,40}{1 - tg\,70}$

Откуда ~~и так~~ следует тождество. Ч.т.д.

2

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29858

2. Пусть S_2 – объем II
S_1 – объем I,
v – пр-ть 1го насоса,

Тогда составим след. пропорции:

$$\begin{cases} \dfrac{S_1 + \frac{S_2}{3}}{4v} = 11 \quad (1) \\ \dfrac{S_1}{3v} + \dfrac{\frac{S_2}{4}}{v} = 18 \quad (2) \end{cases}$$

1). $S_1 + \frac{S_2}{3} = 44v$ $1\cdot 4 ; 3$

$3S_1 + S_2 = 132$ $4S_1 + \frac{4S_2}{3} = 176v$ (I)

2). $\frac{S_1}{3} + \frac{S_2}{4} = 18v$

$4S_1 + 3S_2 = 216v$ (II)

Иск величина – $\frac{S_2}{3v}$

~~I – II~~ : ~~$\frac{4S_2}{3}$ – $3S_2$~~ =

II – I

$3S_2 - \frac{4S_2}{3} = 40v \Leftrightarrow \frac{9S_2}{3} - \frac{4S_2}{3} = 40v$

~~$5S_2$~~ $\frac{5S_2}{3} = 40v \Leftrightarrow \frac{S_2}{3v} = 8$

Ответ: $\boxed{8 \text{ часов}}$ 4

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29858

1. Для выч. искомого вычислим B.

$$\frac{\overset{3^{10}}{\left(\frac13\right)^{-10}}\cdot \overset{3^{-9}}{27^{-3}}+\overset{5^4}{(0{,}2)^{-4}}\cdot \overset{5^{-4}}{25^{-2}}+\overset{4}{\left(64^{-\frac13}\right)^{-3}}}{\left(\sqrt{2+\sqrt3}+\sqrt{2-\sqrt3}\right)^2=6}\cdot\overset{1}{(2{,}017)^0}\cdot\overset{0{,}6}{\sqrt{0{,}36}}$$

каждой из эл. ~~пр~~ вычислим и подпишем

$(64^{-1/3})^{-3}=64^{\frac13}=2^{\frac63}=2^2=4$

Раз. знамен-ль

$4-3=1=(2-\sqrt3)(2+\sqrt3)$ откуда $\sqrt{2+\sqrt3}=\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt3}}$

$2+\sqrt3+2-\sqrt3+2\sqrt{2+\sqrt3}\sqrt{2-\sqrt3}=4+2\cdot\sqrt{(2+\sqrt3)(2-\sqrt3)}=4+2\cdot1=6$

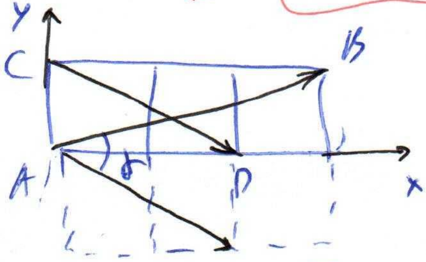
Сократим все, что можно

$$\frac{3^{10}\cdot3^{-9}+\cancel{5^4}\cdot\cancel{5^{-4}}+4}{6}\cdot0{,}6 = \frac{3+4+1}{6}\cdot0{,}6=\frac76\cdot0{,}6=$$

$=7\cdot0{,}1=0{,}7.$ 10% от B $=0{,}1\cdot0{,}7=0{,}07.$

Ответ: A = 0,07.

2

3. 

Введем Дек-ву систему координат. ~~Подпишем~~ Пусть $\overrightarrow{AB}$ – коорд вектор пр-й AB, $\overrightarrow{CD}$ – CD.

Тогда коорд-ты A $\{0;0\}$; C $\{0;1\}$; B $\{3;1\}$; D $\{2;0\}$

вектор парал. $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$, исх. из $\{0;0;\}$ имеет коор-ты, для AB – $\{3;1\}$, для CD $\{2;-1\}$.

$|\overline{AB}|=\sqrt{10}$ $(AB\hat{,}CD)=6-1=5.$

$|CD|=\sqrt5.$ $\cos\gamma=\frac{(AB\hat{,}CD)}{|AB||CD|}=\frac{5}{\sqrt{50}}=$

$=\frac{5}{5\sqrt2}=\frac{1}{\sqrt2}$ $\arccos\gamma=45°$

Ответ: 45°. ✓

4

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29858

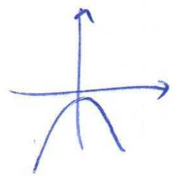
мн-во K

4a $(2a-6)x^2+(32-10a)x-a-8<0$, a: для всех $a \in K (7.1; 4)$.

Пусть $2a-6=0$ $a=3 \in K$, тогда нер-во прин. вид.

~~32-10~~ $2x-11<0$ удовл. не на всех x. $a \neq 3$

Пусть лев. ч. нер-ва $f(x)$. тогда парабола $f(x)$ должна лежать



ниже Ox, ветви вниз.)

отсюда условия

$$\begin{cases} 2a-6<0 & (1) \\ D<0 & (2) \\ a \in K & (3) \end{cases} \quad \begin{cases} a<3 \\ (2) \\ a \in (7;4) \end{cases}$$

2). $(32-10a)^2+4(a+8)(2a-6)<0$

$1024-640a+100a^2+4a^2+64-24a-192<0$

$104a^2+896-664a<0$

$\Updownarrow$

$(a-83-\sqrt{1065})(a-83+\sqrt{1065})<0$

$a \in (83-\sqrt{1065}; 83+\sqrt{1065})$. Промежутки не входят в K, отсюда пер. я не сут

Ответ $a \in \varnothing$

$\varnothing$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29858

3. замена $x+2010=t$.

$$\frac{1}{(t-2)(t+1)}+\frac{1}{(t-1)(t)}+\frac{1}{t(t+1)}+\frac{1}{(t+1)(t+2)}=\frac{1}{99999}$$

~~группируем~~

$\cancel{t^2-t+t^2-2t-t-2} \to t+t-2$

$$\frac{\quad}{(t-1)(t-2)t}+\frac{t+t+2}{t(t+1)(t+2)}=\frac{1}{999959}$$

$$\frac{2(t-1)}{(t-1)(t-2)t}+\frac{2(t+1)}{t(t+1)(t+2)}=\frac{1}{4999999}$$

$$\frac{2}{(t-2)t}+\frac{2}{t(t+2)}=\frac{1}{99999} \quad \Big|\cdot t$$

$$\frac{2t+4+2t-4}{(t-2)(t+2)}=\frac{t}{999999}$$

$$\frac{4t}{t^2-4}=\frac{t}{9999999} \quad \Big|: t$$

$4\cdot 9999999=t^2-4$

$t^2=4\cdot 9999999+4$

$t^2=4(1000000)$ $\quad t=\pm 2000$

16

$$\boxed{\begin{array}{l}x=-16\\ x=-4016.\end{array}}$$

т.к. ~~вроде~~ неотр.

Ответ: $x=-16;\ -4016$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29 858

8. ~~Везде~~ $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x & (1) \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x & (2) \end{cases}$, $\sin x \geq \cos y$, $\cos \geq 0$.

Отсюда k везде $\in Z$

2) $\sin x - \cos y = \cos^2 x$ Сложим

1) $\cos x + \cos y = \sin^2 x$.

$\Downarrow$

$\sin x + \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \iff \sin x + \cos x = 1$.

$\sin x = 1$ $\cos x = 0$.

Учитывая ~~$\sin x \geq \cos x$~~

$\boxed{\overset{I}{x} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k}$ или $\boxed{\overset{II}{x} = 2\pi k}$

$\cos x = 0$

$\sin^2 x = 1$.

Из 1). $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x. \\ 0 + \cos y = 1 \\ \cos y = 1 \end{cases}$

I случ.

$\boxed{y = 2\pi k}$

II случ. $\begin{cases} 1 + \cos y = 0 \\ \cos y = -1 \\ \boxed{y = \pi + 2\pi k} \end{cases}$

Ответ. $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ y = 2\pi k \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2\pi k \\ y = \pi + 2\pi k. \end{cases} \end{array}\right.$

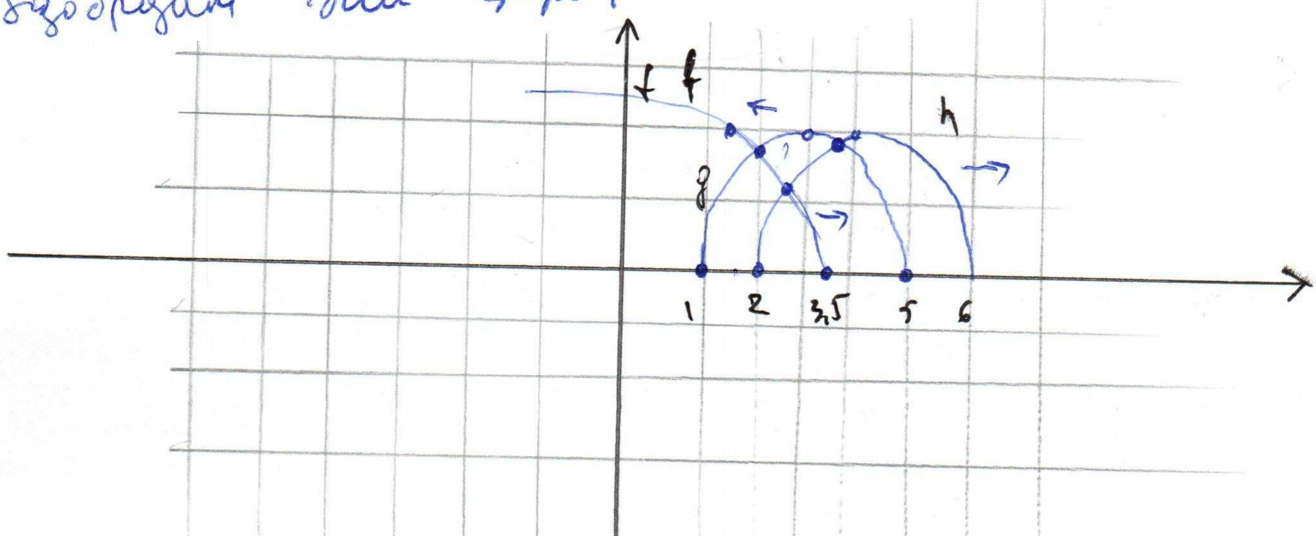
16

7. $\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$

Пусть каждое выр. с корнем — функции.

$\underbrace{\sqrt{6x - x^2 - 5}}_{g} \geq \underbrace{\sqrt{8x - x^2 - 12}}_{h} + \underbrace{\sqrt{7 - 2x}}_{f}$

Изобразим эти функции на графике.



ШИФР · 29858

произв-е g, h совпадают, а значит
в исходном уравнении ⑧ прав. часть
равна ф-и f, более того, т.к.
g, h на пр. $[1; 3]$ ↗↗, а f ↓↓.
~~найдем их. крит. точки. первые их~~
~~корн. все~~ найдем пересечение этих их.
? (в силу ~~свой~~ выше отм. в богатстве
функции подбором; $x_{01} = 3{,}5$; 2.

Ответ: $x = \{2; 3{,}5\}$.

12

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29858

4. $(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=\frac{1}{4}x$ раскроем

ОДЗ - ?

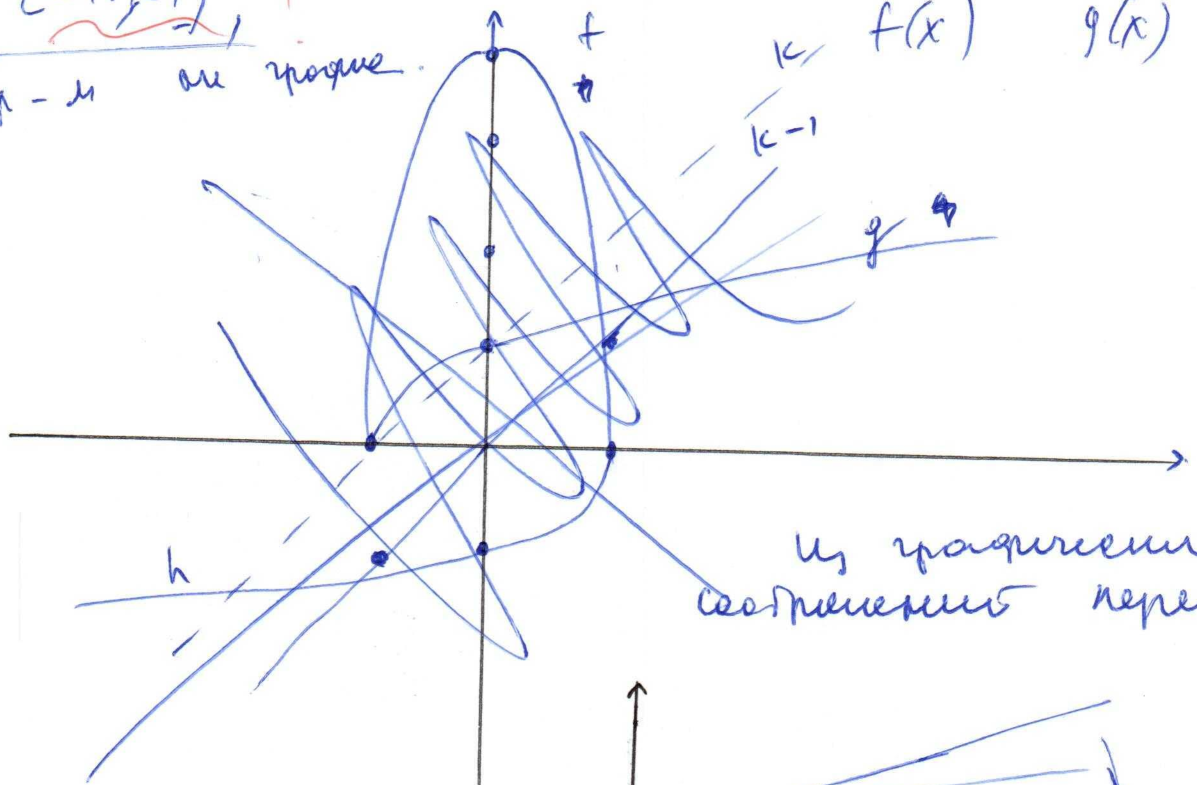
$\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}-1=\frac{1}{4}x$

$\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}-1=\frac{1}{4}x \Leftrightarrow 4\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}=x+$

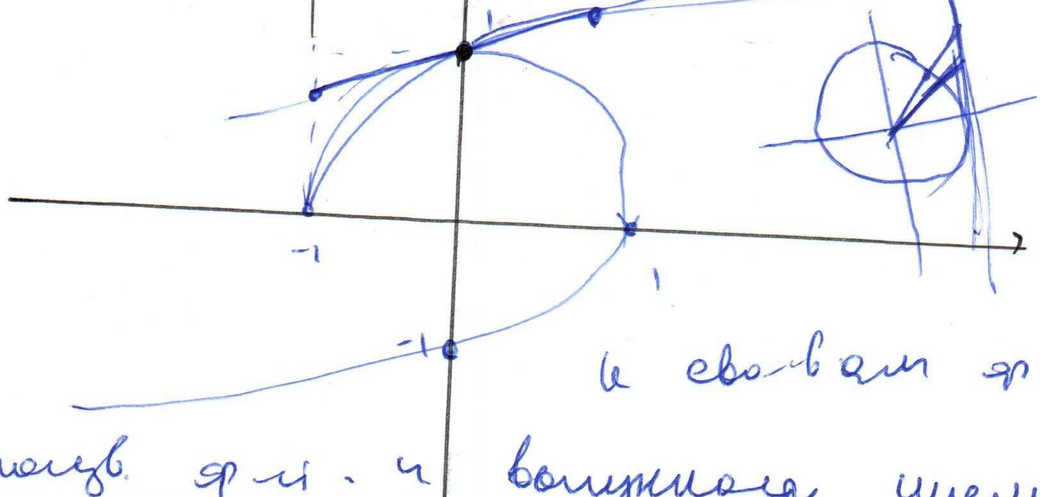
$x\in[-1;1]$?

$f(x)$ $g(x)$ $h(x)$ $k(x)$

Изобр-м их графики.



Из графического соотношения пересечений



к свойствам ф-и.

Из производ. ф-и и выпуклост. имеем

1 решение: $\boxed{x_1=0}$

1

?

Ответ $x=0$?