

ШИФР 30758

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ имени Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3,5	1,5	0	12	6	16	0	16	63	шестьдесят три	

✓ 10

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{-\frac{1}{2}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot 2,017^0 \cdot \sqrt{0,36} = 8$$

1) $3^{10} \cdot \frac{1}{27^3} = 3^{10} \cdot \frac{1}{3^9} = 3$

2) $0,2^{-4} \cdot \frac{1}{5^2} = 5^4 \cdot \frac{1}{5^4} = 1$

3) $(2^3)^{-\frac{1}{2}})^{-3} = 2^{\frac{6}{2}} = 4$

4) $2,017^0 = 1$

5) $\sqrt{0,36} = 0,6$

6) $(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 = 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - \sqrt{3} + 2 = 6$

7) $3+1+4=8$

8) $\frac{8 \cdot 0,6}{6} = 0,8$

9) $0,1A = B \quad A=8.$

✓
Ответ: A = 8

(4)





ШИФР 30758

СН2.

Пусть y - объем I танкера, а x - объем второго. Тогда

$$\begin{cases} \frac{y}{4v} + \frac{x}{3 \cdot 4v} = 112 \\ \frac{y}{3v} + \frac{x}{4v} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 44 - \frac{x}{3} \\ \frac{44 - \frac{x}{3}}{3} + \frac{x}{4} = 18 \end{cases}$$

$$146 - \frac{4}{3}x + 3x = 216$$

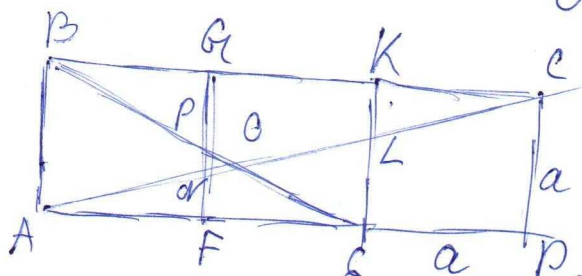
$$40 = \frac{5}{3}x$$

$$x = 24 \Rightarrow \text{за 24 часа один насос накачивает второй танкер}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ часов - трафалгера}$$

Ответ: 8 часов. ✓ (4)

СН3



Искомый угол - $\angle OEL$
На моем рисунке ($F=K$) и ($D=E$)

$$1) AC = \sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}$$

$$2) BE = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$$

$$3) LC = \frac{1}{3} AC = \frac{a\sqrt{10}}{3}$$

$$4) KL = \sqrt{\frac{a^2 \cdot 10}{9} - a^2} = \frac{a}{3}$$

$$5) LE = a - \frac{a}{3} = \frac{2a}{3}$$

$$6) \sin \angle BEC = \frac{BK}{BE} \Rightarrow \sin \angle KEB = \frac{BK}{BE} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$7) \sin \angle ALE = \sin \angle KLC \Rightarrow \frac{KC}{\sin \angle KLC} = LC$$

$$\sin \angle KLC = \frac{KC}{LC} = \frac{a \cdot 3}{a\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$8) \angle OLE = \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$9) \angle OEL = \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$10) \angle LOC = 180^\circ - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Ответ: $\angle LOC = 180^\circ - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}} - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow 3,5$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



CV4,

$$(\sqrt{1+x} - 1) \cdot (\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x \quad | \cdot 4 \quad x \in [-1, 1]$$

$$(2+x-2\sqrt{1+x}) \cdot (2-x+2\sqrt{1-x}) = \frac{1}{16}x^2$$

$$4-2x+4\sqrt{1-x}-x^2+2x+2x\sqrt{1-x}-4\sqrt{1+x}+2x\sqrt{1+x}-4\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{16}x^2$$

$$4+4\sqrt{1-x^2}+2x\sqrt{1-x^2}-4\sqrt{1-x^2} = \frac{17}{16}x^2$$

$$4+2x\sqrt{1-x^2} = \frac{17}{16}x^2$$

$$2x\sqrt{1-x^2} = \frac{17x^2}{16} - 4 \quad | \cdot 16$$

$$4x^2(1-x^2) = \frac{289}{256}x^4 - \frac{17}{8}x^2 - 16$$

$$4x^2 - 4x^4 = \frac{289}{256}x^4 - \frac{17}{8}x^2 - 16 \quad \text{Пусть } x^2 = y \Rightarrow$$

$$4y - 4y^2 = \frac{289}{256}y^2 - \frac{17}{8}y - 16$$

$$4y^2 + \frac{289}{256}y^2 - \frac{49}{8}y - 16 = 0$$

$$1024y^2 + 289y^2 - 1568y - 4096 = 0$$

$$1313y^2 - 1568y - 4096 = 0$$

$$D = 1568^2 + 1313 \cdot 4 \cdot 4096 = 1568^2 + 1313 \cdot 2^{14} \quad \sqrt{D} = \sqrt{1568^2 + 1313 \cdot 2^{14}}$$

$$y = \frac{1568 \pm \sqrt{1568^2 + 1313 \cdot 2^{14}}}{2626}$$

$$x = \sqrt{\frac{1568 \pm \sqrt{1568^2 + 1313 \cdot 2^{14}}}{2626}}$$

не из ОДЗ

Ответ: нет корней

1,5

CV7

$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$$

ОДЗ:

$$6x-x^2-5 \geq 0, 7-2x \geq 0, 8x-x^2-12 \leq 0$$

$$6x-x^2-5 \geq 0 \quad \text{---} \quad x \in [1, 6]$$

$$7-2x \geq 0 \quad \text{---} \quad x \in [2, 3.5]$$

$$6x-x^2-5 \geq 2\sqrt{6x-x^2-5} \cdot \sqrt{7-2x} \geq 8x-x^2-12$$

$$\sqrt{(6x-x^2-5) \cdot 7-2x} \leq 5-2x$$





ШИФР 30758

$$(6x - x^2 - 5) \cdot (7 - 2x) \leq 25 - 20x + 4x^2$$

$$2x^3 - 21x^2 + 72x - 60 \leq 0$$

$$AD3 \quad 5 - 2x \geq 0$$

$$x \leq 2,5$$

только одно из решений $[2; 2,5]$ Ответно, то ответ 2

Ответ 2. 4,5 (6)

№5.

$$\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 85^\circ = 1$$

$$\sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 85^\circ = \cos 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \sin 85^\circ$$

$$\sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 85^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 75^\circ\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 65^\circ\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

№9.

Пусть $x - 2016 = y$. Тогда

$$\frac{1}{(y^2 - 2)(y - 1)} + \frac{1}{(y - 1) \cdot y} + \frac{1}{y \cdot (y + 1)} + \frac{1}{(y + 1)(y + 2)} = \frac{1}{9999999}$$

$$(y^4 - 5y^3 + 4)y^2 - 5y^3 + 4y - 9999999 = 0$$

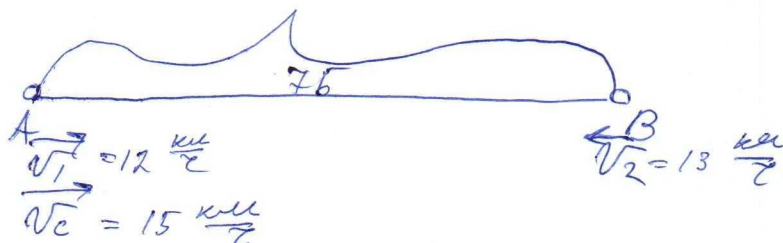
$$\begin{array}{r} 1 \quad 0 \quad -5 \quad 0 \quad 4 \quad -9999999 \\ 1 \end{array}$$

$$= 1111111$$

φ

№4.
 $(\sqrt{1+x} - 1) \cdot (\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$ ОДЗ: $x > -1; x < 1$

№6.



$v_{\text{собственная}} = 12 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 13 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
 $t_{\text{пути}} = \frac{75 \text{ км}}{25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 3 \text{ часа}$
 То, сколько собака будет бегать 3 часа $\Rightarrow$

$v_c = \text{const}$ и не учитывая времени на разворот $S_{\text{соб}} = v_c \cdot t_{\text{пути}} = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 3 \text{ ч} = 45 \text{ км}$

Ответ: 45 км. **(12)**

$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} | x^2$
 $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} +$

№8.
 ОДЗ: $\sin x - \cos y \geq 0$

$\cos x + \sin x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ x = 2\pi k \end{cases}, n, k \in \mathbb{Z}$

$1) \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} + \cos y = \sin^2 \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases}$

$2) \begin{cases} \cos 2\pi + \cos y = \sin^2 2\pi \\ x = 2\pi k \end{cases}$

$\begin{cases} \cos y = 1 \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2\pi n \\ x = 2\pi k \end{cases}$
 $\begin{cases} \cos y = -1 \\ x = 2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pi + 2\pi k \\ x = 2\pi k \end{cases}$

Значения проходят ОДЗ.

Ответ: $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi n); (2\pi k; \pi + 2\pi k); n, k \in \mathbb{Z}$. **(16)**

$f = (2a - 6)x^2 + (32 + 10a)x - a - 8 < 0$ $a \in (2; 4)$. найдем значения φ в точках $a = 2; a = 3; a = 4$.

$f(2) = (4 - 6)x^2 + 12x - 10$. Найдем ОФ: $-2x^2 + 12x - 10 = 0$ $x = 5; x = 1$

$f(3) = 2x - 11 = 0$ $x \leq 5,5$

$f(4) = 2x^2 - 8x + 12$ $x^2 - 4x + 6$ $x = 2 \pm \sqrt{10}$



Ответ: $x \in (2 - \sqrt{10}; 1) \cup (5; 2 + \sqrt{10})$ **(16)**