

ШИФР 30771

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	0	12	16	0	0	52	пятьдесят два	Кенч

$\sqrt{1}$.
 $A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75$ найти 60% от „A“

$A = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + 4 \frac{3}{4} = \frac{5}{4} : 5 + \frac{19}{4} = \frac{20}{4} = 5 \Rightarrow 60\% \text{ от } "A" =$
 $= 0,6 A = 0,6 \cdot 5 = 3$

Ответ: 3

$\sqrt{4}$
 $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1 \Rightarrow \sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x \geq 1 \\ x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 1 \\ x^3 - x^2 - x = 0 \rightarrow x(x^2 - x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \end{cases}$
 $\textcircled{*} x^2 - x - 1 = 0 \quad D = 1 + 4 = 5 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow \left(\begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \text{ не угод. сис.-ме} \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ не угод. сис.-ме} \end{cases} \right) \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Ответ: $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

52

Пусть общий объем добытого газа - x млрд. куб. м. Тогда:

"Коватэк" - $\frac{1}{5}x = 0,2x$

"Роснефть" - $\frac{1}{2}x = 0,5x$ (на 8 млрд. куб. м больше, чем остальные)

"Лукойл" - $\frac{1}{10}x = 0,1x$

"Газпром нефть" - 30% от Роснефть $\Rightarrow 0,3 \cdot 0,5x = 0,15x$

$\Rightarrow$ весь газ $= 0,2x + 0,5x + 0,1x + 0,15x = 0,95x$

$0,95x - 0,5x = 0,45$ (газ компаний без "Роснефть")

Известно, что газа "Роснефть" на 8 млрд. м. куб больше $\Rightarrow$

$0,5x - 0,45x = 8 \Rightarrow 0,05x = 8 \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 100}{5} = 160$ млрд. м. куб.

Таким образом, "Коватэк" $= 0,2 \cdot 160 = 32$ млрд. куб. м; "Роснефть" $= 0,5 \cdot 160 = 80$ млрд. куб. м; "Лукойл" $= 0,1 \cdot 160 = 16$ млрд. куб. м; "Газпром нефть" $= 0,15 \cdot 160 = 24$ млрд. куб. м

Ответ: Коватэк - 32; Роснефть - 80; Лукойл - 16; Газпром - 24

57

$\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18} \Rightarrow \sqrt{8x-x^2-7} \geq \sqrt{11-x} + \sqrt{9x-x^2-18}$

$\Rightarrow \sqrt{8x-x^2-7} \geq \sqrt{11-x} + \sqrt{9x-x^2-18} + 2\sqrt{(11-x)(9x-x^2-18)} \Rightarrow \sqrt{(x-11)(x^2-9x+18)} \leq 0$

$\Rightarrow (x-11)(x^2-9x+18) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = 6 \\ x = 3 \end{cases}$

ОДЗ: $\begin{cases} 11-x \geq 0 \\ 9x-x^2-18 \geq 0 \\ 8x-x^2-7 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 11 \\ x \in [3; 6] \\ x \in [1; 7] \end{cases} \Rightarrow x \in [3; 6]$

$\Rightarrow x \in [3; 6]$
 $\begin{cases} x \geq 11 \text{ не угод. сис-ме} \\ x \geq 6 \\ x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow \text{Ответ: } x = 6; x = 3$

Проверка: $x = 3 \Rightarrow \sqrt{8} - \sqrt{8} \geq \sqrt{0}$ верно; $x = 6 \Rightarrow \sqrt{5} - \sqrt{5} \geq 0$ верно

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2 \quad H-C-H$$

55

$$\frac{\sin^4 a + \cos^4 a - 1}{\sin^6 a + \cos^6 a - 1} = \frac{2}{3}$$

числит.: $\sin^4 a + \cos^4 a - 1 = (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 2\sin^2 a \cos^2 a - 1$

знамен.: $\sin^6 a + \cos^6 a - 1 = (\sin^2 a + \cos^2 a)(\sin^4 a - \sin^2 a \cos^2 a + \cos^4 a) - 1$

$$\Rightarrow 3(\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 6\sin^2 a \cos^2 a - 3 = 2(\sin^2 a + \cos^2 a)(\sin^4 a - \sin^2 a \cos^2 a + \cos^4 a) - 2$$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 \Rightarrow 3 - 6(\sin a \cos a)^2 - 3 = 2\sin^4 a + 2\cos^4 a - 2(\sin a \cos a)^2 - 2$$

$$\Rightarrow 2 = 2(\sin^4 a - \sin a \cos a + \cos^4 a)$$

$$2\sin^4 a + 2\cos^4 a + 4(\sin a \cos a)^2 = 2$$

$$2(\sin^2 a + \cos^2 a)^2 = 2 \Rightarrow \sin^2 a + \cos^2 a = 1 \text{ верно}$$

(основн. тригоном. тождество)

58

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \quad \begin{cases} \sin^2 x = \sin y \sin x + 1 \\ \cos^2 x = \cos y \cos x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 1 = -\cos^2 x \\ \cos^2 x - 1 = -\sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\cos^2 x = \frac{1}{2} [\cos(y-x) - \cos(x+y)] \\ -\sin^2 x = \frac{1}{2} [\cos(y-x) + \cos(x+y)] \end{cases} \quad \begin{cases} -2\cos^2 x = \cos(y-x) - \cos(x+y) \\ -2\sin^2 x = \cos(y-x) + \cos(x+y) \end{cases}$$

$$-2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2\cos(x+y) \Rightarrow \cos(x+y) = -1 \Rightarrow x+y = 2\pi n + \pi$$

$$-2\cos(x+y) = -2\sin^2 x + 2\cos^2 x \Rightarrow \cos(x+y) = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} x+y = 2x + 2\pi k \\ x-y = -2x + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2\pi n + \pi + x \\ x+y = 2x + 2\pi k \\ x-y = -2x + 2\pi k \end{cases} \Rightarrow 2x + 2\pi n + \pi = 2x + 2\pi k \Rightarrow 4x = 2\pi k - 2\pi n - \pi \Rightarrow x = \frac{\pi k - \pi n}{2} - \frac{\pi}{4}$$

16

$$y = 2\pi n + \pi - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k - \pi n}{2}$$

$$y = \frac{3\pi}{2} \pi n + \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$$