

ШИФР 31111

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МРГУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	—	0	6	16	15	—	57	пятьдесят семь	

№1

$B = 0,1 A$ — по условию.

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,012)^0 \cdot \sqrt{0,36} = \frac{3^{10} \cdot (3^3)^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot (5^2)^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}}}{(2+\sqrt{3} + 2\sqrt{4-3} + 2-\sqrt{3})} \cdot 1.$$

$$\bullet 0,6 = \frac{3^{10-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 4}{(4+2-1)} \cdot 0,6 = \frac{3+1+4}{6} \cdot 0,6^{0,1} = 0,1 \cdot 8.$$

$$B = 0,1 \cdot 8 \quad | \quad z > \quad A = 8.$$

Ответ: $A = 8$. V (4)

№2

I производительность на сосис - σ

V_1 — первый танкер, V_2 — второй танкер.

I случай: $4\sigma_1 \cdot 11 = V_1 + \frac{V_2}{3} \quad (1)$

II случай:
$$\begin{cases} 3\sigma_1 \cdot t_1 = V_1 & (2) \\ \sigma_1(18-t_1) = \frac{V_2}{4} & (3) \end{cases} \Rightarrow 18\sigma_1 - \sigma_1 t_1 = \frac{V_2}{4} \Rightarrow \sigma_1 t_1 = 18\sigma_1 - \frac{V_2}{4} \quad (*)$$

$18-t_1 = t_2$, т.к. $t_2 + t_1 = 18$ по условию

III случай: $3\sigma_1 \cdot T = V_2 \Rightarrow T = \frac{V_2}{3\sigma_1}$

$(*) \rightarrow (2): 3 \cdot (18\sigma_1 - \frac{V_2}{4}) = V_1 \quad (V)$

$(V) \rightarrow (1): 4\sigma_1 \cdot 11 = 54\sigma_1 - \frac{3V_2}{4} + \frac{V_2}{3}$

$$54\sigma_1 - 44\sigma_1 = \frac{3V_2}{4} - \frac{V_2}{3} \Rightarrow 10\sigma_1 = \frac{9V_2 - 4V_2}{12}, \quad 25\sigma_1 = \frac{5V_2}{12} \Rightarrow$$



ШИФР 31111

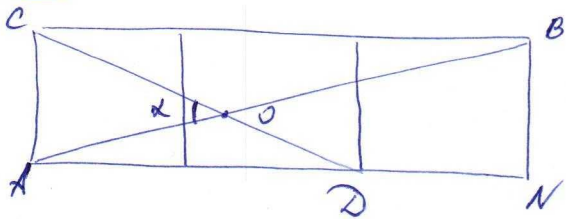
(продолжение №2)

$$\Rightarrow V_2 = 24 \text{ Дж},$$

$$T = \frac{V_2}{3 \text{ Дж}} = \frac{24 \text{ Дж}}{3 \text{ Дж}} = 8 \text{ часов.}$$

Ответ: $T = 8$ часов. $\checkmark$ (4)

(№3)



Угол между двумя прямыми ка-ся
угол не π наименьший из 4-х обра-
зованных углов.

$$\angle (AB, CD) = \alpha.$$

$$\text{сторона квадрата} = a. \Rightarrow CB = 3a \\ AD = 2a.$$

Рассм. $\triangle COB$ и $\triangle AOD$: $\angle ADO = \angle OCB$ (как накрест лежащие)
 $\angle DAO = \angle OBC$ (как накрест лежащие) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \triangle COB \sim \triangle AOD \text{ (по 2-м углам).}$$

$$k = \frac{AO}{CB} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{OC}{OD} = \frac{BO}{AO} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{В } \triangle ABN \text{ по теор. Пифагора: } AB^2 = AN^2 + NB^2$$

$$AB = \sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}.$$

$$\text{В } \triangle ACD \text{ по теор. Пифагора: } CD^2 = AC^2 + AD^2$$

$$DC = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}.$$

$$AO = \frac{AB \cdot 2}{5} = \frac{a\sqrt{10} \cdot 2}{5\sqrt{2}} = \frac{a \cdot 2\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}.$$

$$CO = \frac{CD \cdot 3}{5} = \frac{a\sqrt{5} \cdot 3}{5\sqrt{2}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

$\triangle ACO$: по теореме косинусов найдем α .

$$AC^2 = CO^2 + AO^2 - 2 \cdot AO \cdot CO \cdot \cos \alpha.$$

$$a^2 = \frac{9a^2}{5} + \frac{8a^2}{5} - 2 \cdot \frac{a^2 \cdot 6\sqrt{2}}{5} \cdot \cos \alpha.$$

$$5 = 17 - 12\sqrt{2} \cos \alpha \Rightarrow 12\sqrt{2} \cos \alpha = 12$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$ $\checkmark$ (4)

(№4)

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x.$$

$$\text{Раскроем скобки: } \sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - 1 = \frac{1}{4}x$$

ШИФР 31111

(продолжение №4)

$$(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})^2 \quad 1+x+1-x-2\sqrt{1-x^2} = 2(1-\sqrt{1-x^2}) = -2(\sqrt{1-x^2}-1)$$

$$(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) + \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})^2}{(-2)} = \frac{1}{4}x$$

$$1) \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = t$$

$$t^2 = -2\sqrt{1-x^2} + 2 \Rightarrow x = \frac{t^4 - 2t^2}{2} = \frac{t}{2}\sqrt{t^2 - 2}$$

$$2t - t^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{t}{2} \sqrt{t^2 - 2}$$

$$16t - 8t^2 = t \sqrt{t^2 - 2}$$

$$\begin{cases} t = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 - 8t = \sqrt{t^2 - 2} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad t^2 - 2 = (16 - 8t)^2, \quad 16 - 8t \geq 0$$

$$t^2 - 2 = 256 - 256t + 64t^2$$

$$63t^2 - 256t + 258 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 16384 - 16512 < 0$$

$$t \in \emptyset$$

Ответ: $x = 0$. $\checkmark$

8

$$(1) \quad \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} = 0$$

$$\sqrt{1+x} = \sqrt{1-x}$$

$$1+x = 1-x$$

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

№2

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \quad 1^2$$

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq 0 \quad -?$$

$$6x - x^2 - 5 + 7 - 2x - 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \geq 8x - x^2 - 12$$

$$-2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \geq 4x - 14$$

$$\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \leq -2x + 7$$

$$\sqrt{7 - 2x} \mid \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \leq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \leq 0 \\ \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} = 0$$

6

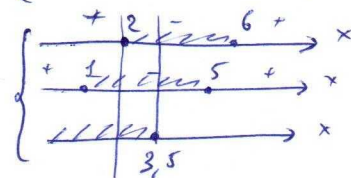
$$6x - x^2 - 5 = 7 - 2x$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 6)(x - 2) = 0 \Rightarrow$$

Ответ: $x = 2$ $x = 3,5$

$$OD3: \begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} (x-5)/(x-1) \leq 0 \\ 2x \leq 7 \\ (x-6)/(x-2) \leq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 6 - \text{не удовлет. } OD3 \end{cases}$$

ШИФР

3111

№8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x & (1) \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x & (2) \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \quad \uparrow^2$$

$$\cos x \geq 0$$

$$\sin x - \cos y = \cos^2 x$$

$$\cos y = \sin x - \cos^2 x$$

$$(2) \cos^2 y + \sin^2 y - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\cos^2 y + \sin^2 y = 1 - \text{равно если } \cos y = 1 \text{ или } \sin y = 1.$$

$$\begin{cases} \cos^2 y = 1 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 y = 1 & (4) \end{cases}$$

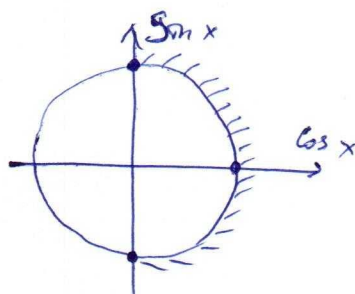
$$(3) \begin{cases} \cos^2 y = 1 \\ y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos y = -1 \\ y = \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \sin^2 y = 1 \\ y = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos y = 1 \\ y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

✓ (16)



$$0 \leq 3: \sin x \geq \cos y$$

№9

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999.999}$$

$$\left[\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} \right] = \frac{1}{999.999}$$

(продолжение №9)

$$\frac{t^3 + 9t^2 + 26t + 24 + t^3 + 7t^2 + 12t + t^3 + 5t^2 + 4t + t^3 + 3t^2 + 2t}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

$$\frac{4t^3 + 24t^2 + 44t + 24}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

$$\frac{4(t+1)(t+2)(t+3)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

$$\frac{4}{t(t+4)} = \frac{1}{999.999}$$

$$t^2 + 4t = 3.999.996$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 3.999.996 = 4000.000 = (2000)^2$$

$$t_1 = -2 - 2000 = -2002 \Rightarrow x = -4016$$

$$t_2 = -2 + 2000 = 1998 \Rightarrow x = 16?$$

Ответ: $x = -16$, $x = -4016$.

(№6)

Велосипедист выехал через $\frac{25}{13+12} = 3$ часа. $\Rightarrow$ время движения собаки 3 часа. $\rightarrow S = 3 \times 15 = 45$

1) собака бежит от велосипедиста №2. ($q = 13$)

$$t_1 = \frac{25}{12+15} = \frac{25}{27} = \frac{25}{9}, S_1 = \frac{25}{9} \cdot 18^5 = \frac{105}{9}$$

$$t_2 = \frac{25 - \frac{25}{9} \cdot 25}{13+15} = \frac{50}{9 \cdot 28} = \frac{25}{9 \cdot 14}, S_2 = \frac{25}{9 \cdot 14} \cdot 18^5 = \frac{105}{14 \cdot 3}$$

$$t_3 = \frac{\frac{50}{9} - \frac{25}{9 \cdot 14} \cdot 25}{12+15} = \frac{25}{3 \cdot 14 \cdot 27}, S_3 = \frac{25}{3 \cdot 14 \cdot 27} \cdot 18^5 = \frac{105}{14 \cdot 27}$$

$$t_4 =$$

$$S = S_1 + S_{\text{п.чел. бежит. от соб.}} \text{ или } \text{проех.}$$

$$S_n = \frac{S_1}{1-q} = \frac{\frac{105}{14 \cdot 3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{105 \cdot 8^3}{14 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{315}{14 \cdot 8}$$

$$S = \frac{315}{14 \cdot 8} + \frac{105}{3} =$$

15

φ