ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31834

Класс 11 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	6	0	0	8	50	пятьдесят	

①

4

$$A=\frac{2^{-2}+2018^0}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}+4,75$$

$$\frac{2^{-2}+\overset{1}{\cancel{2018^0}}}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}=\frac{0,25+1}{4-\frac{5}{4}+\frac{9}{4}}=\frac{1,25}{5}=0,25$$

$A=0,25+4,75=5$

$0,6A=0,6\cdot5=3$

Ответ: 3

②

Пусть x – единица добычи газа в млрд м³

Н	Р	Л
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$
$2x$	$5x$	x

$Г=0,3Р=0,3\cdot5x=1,5x$

$5x-2x-\cancel{8}x-1,5x=8$

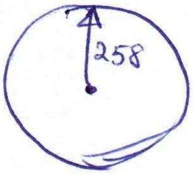
$0,5x=\cancel{0}8$

$x=16$

4

Ответ: Новатэк 32 млрд м³
Роснефть 80 млрд м³
Лукойл 16 млрд м³
Газпром нефть 24 млрд м³

③



Предположим, что деревья посажены максимально плотно, тогда площадь, занимаемая рощей составляет $\pi r^2=$ $=258^2\pi$

0

④

$\sqrt{x^3-3x+1} - x = -1$

$\sqrt{x^3-3x+1} = x-1 \Rightarrow x \geq 1 \longrightarrow$ ОДЗ $x^3-3x+1 \geq 0$

$x^3 - 3x + \cancel{1} = x^2 - 2x + \cancel{1}$

$x^3 - x^2 - x = 0$

$x = 0$ – не уд. ОДЗ

$x^2 - x - 1 = 0$

$\Downarrow$

$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$2 < \sqrt{5} < 3$ т.к. $4 < 5 < 9$

$\Downarrow$

$\frac{1-\sqrt{5}}{2} < -0,5$ – не уд. ОДЗ

$\frac{1+\sqrt{5}}{2} > 1,5$

8

Проверим правильность при $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + 1 \geq 0$

$\frac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}}{8} - 1,5 - 1,5\sqrt{5} + 1 =$

$= \sqrt{5} + 2 - 1,5 - 1,5\sqrt{5} + 1 = 1,5 - 0,5\sqrt{5}$

т.к. $2 < \sqrt{5} < 3$

$\Downarrow$

$1 < \frac{\sqrt{5}}{2} < 1,5$

$\Downarrow$

$1,5 - \frac{\sqrt{5}}{2} > 0$

Верно!

Ответ: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

⑤

$\frac{\sin^4\alpha + \cos^4\alpha - 1}{\sin^6\alpha + \cos^6\alpha - 1} = \frac{2}{3}$

$\frac{(1-\cos^2\alpha)^2 + \cos^4\alpha - 1}{(1-\cos^2\alpha)^3 + \cos^6\alpha - 1} = \frac{\cancel{1} - 2\cos^2\alpha + \cos^4\alpha + \cos^4\alpha - \cancel{1}}{\cancel{1} - 3\cos^2\alpha + 3\cos^4\alpha - \cancel{\cos^6\alpha} + \cancel{\cos^6\alpha} - \cancel{1}} =$

$= \frac{2\cancel{\cos^2\alpha}(\cancel{\cos^2\alpha - 1})}{3\cancel{\cos^2\alpha}(\cancel{\cos^2\alpha - 1})} = \frac{2}{3}$ ч.т.д.

8

⑥

v_I – ск-ть I человека
v_{II} – ск-ть II человека
v_0 – ск-ть осы
ΔS – расстояние между людьми в нач. момент времени

L – путь осы

t – время до встречи

$$t = \frac{\Delta S}{v_2 - v_1} = \frac{10 км}{(5-3) км/ч} = 5 ч$$

$$L = v_0 \cdot t = 12 км/ч \cdot 5 ч = 60 км$$

Ответ: 60км

⑫

⑦

$$\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$$

$$8x-\cancel{x^2}-7+11-x-2\sqrt{(8x-x^2-7)(11-x)} \geq 9x-\cancel{x^2}-18$$

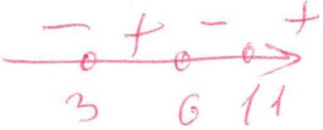
$$-2x+22 \geq 2\sqrt{(8x-x^2-7)(11-x)} \quad |:2$$

$$(11-x)^2 \geq (8x-x^2-7)(11-x)$$

$$(11-x)(-x^2+9x-18) \overset{\geq}{\leq} 0$$

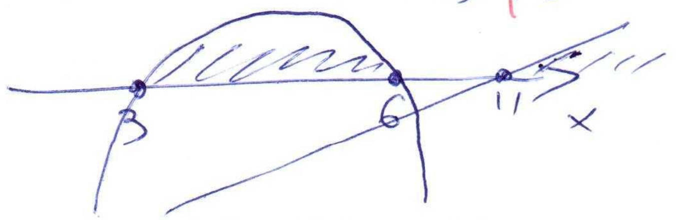
ОДЗ
$$\begin{cases} x \leq 11 \\ 9x-x^2-18 \geq 0 \\ 8x-x^2-7 \geq 0 \end{cases}$$

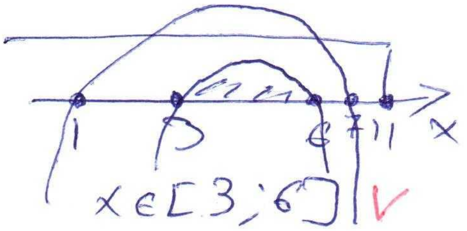
$$\begin{cases} x \leq 11 \\ x \in [3;6] \\ x \in [1;7] \end{cases}$$



⑥

?





$x \in [3;6]$ ✓

$x \in [3;6] \cup [11;+\infty)$
⇓ с учётом ОДЗ
$x \in [3;6]$

Ответ: ~~[3;6]~~ $\{3;6\}$

8.

$x \neq \frac{\pi n}{2}$; ~~$n \in \frac{\pi n}{2}$~~, $n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{\cos^2 x}{\sin x_2} = \sin y \\ -\frac{\sin x}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin y = -\operatorname{ctg} x \\ \cos y = -\operatorname{tg} x \end{cases}$$

?

⓪

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31834

⑩

$(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$

Рассмотрим нер-во при критических a

Пусть $a=1$

$2x^2-14x+20>0$

$x_{1/2}=\frac{7\pm3}{2}=\left[\begin{array}{l}5\\2\end{array}\right.$

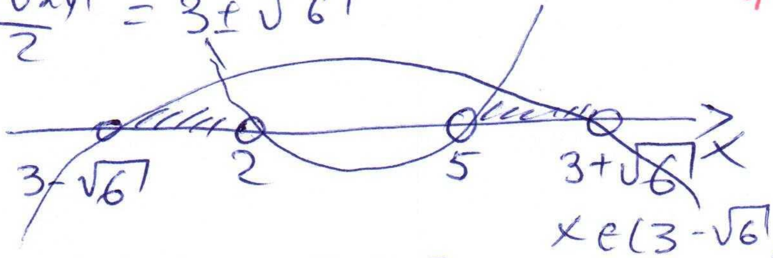
Пусть $a=3$

$-2x^2+12x-6>0$

$x^2-6x+3<0$

$x_{1/2}=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=3\pm\sqrt6$

~~Нр~~



$x\in(3-\sqrt6;2)\cup(5;3+\sqrt6)$

Проверим при $a=2$

$-x+7>0$

$x<7 \Rightarrow$ на указанных промежутках будет выполняться нер-во

Ответ: $(3-\sqrt6;2)\cup(5;3+\sqrt6)$

исслед-ние ф-ции?

⑧