ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31993

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	2	∅	8	∅	—	12	14	16	—	56	пятьдесят шесть	

№4 $\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$

$\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$

ОДЗ
$\begin{cases} x^3-3x+1\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases}$

$x\geq 1$ $[1;+\infty)$ ✓

1) $x^3-3x+1=x^2-2x+1$

$x^3-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0$

$x=0$ - не удв. усл.

8

$D=1+4=5$

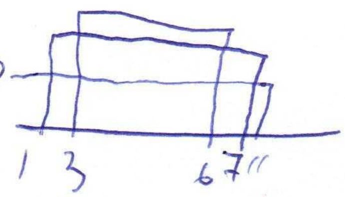
$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt5}{2}$

$x_1=\frac{1+\sqrt5}{2}$ $x_2=\frac{1-\sqrt5}{2}$ - не удв. усл.

Ответ: $\frac{1+\sqrt5}{2}$ ✓

~~№8~~ №7 $\sqrt{8x-x^2-7}-\sqrt{11-x}\geq\sqrt{9x-x^2-18}$

ОДЗ $\begin{cases} 8x-x^2-7\geq 0 \\ 11-x\geq 0 \\ 9x-x^2-18\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-8x+7\leq 0 \\ x\leq 11 \\ x^2-9x+18\leq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-1)(x-7)\leq 0 \\ x\leq 11 \\ (x-3)(x-6)\leq 0 \end{cases}$



$[3;6]$ ✓

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3/993

$8x-x^2-7-2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x}+11-x \geq 9x-x^2-18$

$7x+4-2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x} \geq 9x-18$

$-2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x} \geq 2x-22$

$\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x} = 11-x$

$(8x-x^2-7)(11-x)=121-22x+x^2$

$(11-x)^2-(11-x)(8x-x^2-7)=0$

$(11-x)(11-x-8x+x^2+7)=0$

$(11-x)(x^2-9x+18)=0$ ✓

$x=11$ - подходит

$x^2-9x+18=0$

$x=3$ $x=6$

$+$ $\boxed{-}$ $+$

3 6

$x=4$ $\sqrt{32-16-7}\sqrt{7}-\sqrt{36-16-18}=3-\sqrt{7}-\sqrt{2}<0$

Ответ: $\{3;6\}$ ✓

12

№8 $\begin{cases}\sin x-\dfrac{1}{\sin x}=\sin y\\ \cos x-\dfrac{1}{\cos x}=\cos y\end{cases}$

$\begin{cases}\dfrac{\sin^2 x-1}{\sin x}=\sin y\\ \dfrac{\cos^2 x-1}{\cos x}=\cos y\end{cases}$ $\begin{cases}\dfrac{-\cos^2 x}{\sin x}=\sin y\\ -\dfrac{\sin^2 x}{\cos x}=\cos y\end{cases}$ $+\begin{cases}\dfrac{\cos^4 x}{\sin^2 x}=\sin^2 y\\ \dfrac{\sin^4 x}{\cos^2 x}=\cos^2 y\end{cases}$

?

ОДЗ - ?

$$\frac{\cos^4 x}{\sin^2 x}+\frac{\sin^4 x}{\cos^2 x}=1$$

$\cos^6 x+\sin^6 x=\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

$(\cos^2 x+\sin^2 x)(\cos^4 x-\cos^2 x\cdot\sin^2 x+\sin^4 x)=\frac{1}{4}\sin^2 2x$

$1\cdot((\cos^2 x+\sin^2 x)-3\frac{1}{4}\sin^2 2x)=\frac{1}{4}\sin^2 2x$

$1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=\frac{1}{4}\sin^2 2x$

$\sin^2 2x=1$

$\sin 2x=\pm 1$

$2x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}n, n\in Z$

$x=\frac{\pi}{4}+2\pi k$ $\begin{cases}\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}=\sin y\\ \frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}=\cos y\end{cases}$ $\begin{cases}\sin y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ $y=\frac{5\pi}{4}+2\pi n,$

$x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n$ $\begin{cases}\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}=\sin y\\ -\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}=\cos y\end{cases}$ $\begin{cases}\sin y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ $y=-\frac{\pi}{4}+2\pi n,$

Проверка

$x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n,$
$\begin{cases}\sin y=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$
$y=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$

$x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$
$\begin{cases}\sin y=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \cos y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$
$y=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z$

Ответ: $\begin{cases}x=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\\ y=\frac{5\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\\ y=-\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\\ y=\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\\ y=\frac{\pi}{4}+2\pi n, n\in Z\end{cases}$

14

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31993

№9 $\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt[3]{k^2-2k+1}+\sqrt[3]{k^2-k}+\sqrt[3]{k^2}}$

1) $\frac{1}{\sqrt[3]{(k-1)^2}+\sqrt[3]{k(k-1)}+\sqrt[3]{k^2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1}}{\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1}}=\frac{\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1}}{k-k+1}=$

$=\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1}$

$(\sqrt[3]{2}-1)+(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})+(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3})+\ldots+\sqrt[3]{k}-\sqrt[3]{k-1}=$

$\sqrt[3]{k}-1$ ✓

2) $k>2017$

$k=2197$ $\sqrt[3]{2197}-1=13-1=12$ 16

Ответ: 2197 ✓

№5

$\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3}$

$\sin^5\alpha+\cos^5\alpha=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^4\alpha-\sin^3\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos^3\alpha$?

$+\cos^4\alpha)=(\sin\alpha+\cos\alpha)((\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha-\sin\alpha\cdot\cos\alpha)\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\cdot$

$\cdot\cos^2\alpha)=(\sin\alpha+\cos\alpha)(1-\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha-\frac{1}{2}\sin 2\alpha+\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha)=(\sin\alpha+\cos\alpha)\cdot$

$\cdot(1-\frac{1}{4}\sin^2 2\alpha-\frac{1}{2}\sin 2\alpha)=\frac{1}{4}(\sin\alpha+\cos\alpha)(4-\sin^2 2\alpha-2\sin 2\alpha)$

$(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha-1=-\frac{1}{2}\sin^2\alpha=\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha$

$\sin\alpha+\cos\alpha=y$

$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha=y^2$

$\sin 2\alpha=y^2-1$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31993

$\frac{1}{4}(\sin 2x + \cos 2x)(4\sin^2 2x - 2\sin 4x) - 1 = (\frac{1}{4}y(4-(y^2-1)^2 - 2(y^2-1)) - 1) =$

$= \frac{1}{4}y(4 - y^4 + 2y - 1 - 2y^2 + 2) - 1 = -\frac{1}{4}(y^5 - 5y + 4) = -\frac{1}{4}(y-1)(y^4 + 2y^3 + 3y + 4)$

	1	0	0	0	−5	4
1	1	1	1	1	−4	0
1	1	2	3	4	0	

$$\frac{-\frac{1}{2}(y^2-1)^2}{-\frac{1}{4}(y-1)^2(y^3+2y+3y+4)} = \frac{2(y+1)^2}{y^3+2y^2+3y+4}$$

0

№1

$$A = \frac{2^{-2}+2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75 = \frac{(\frac{1}{2})^2+1}{2^2 - 5(\frac{1}{4}) + (\frac{3}{2})^2} + 4\frac{3}{4} =$$

$$= \frac{\frac{1}{4}+1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4\frac{3}{4} = \frac{\frac{5}{4}}{5} + 4\frac{3}{4} = 5$$

4

$5 \cdot \frac{3}{5} = 3$

Ответ: 3

№2

x – Роснефть

$x = 0,5x + 0,2x + 0,4 \cdot 8$

$x = 0,9x + 8$

$x = 80$

Газпром $80 \cdot \frac{3}{10} = 24$

Новатэк $80 \cdot 0,2 = 16$

Лукойл $80 \cdot 0,1 = 8$

$80 + 24 + 16 + 8 = 128$

Ответ: 128 ?

См. усл.

2

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР ~~3/99~~ 3/993

№ 3

$R = 158$

$S_{сп} = \pi r^2 = 288 \cdot 258\,\pi$

$S_{дер} = 11 \cdot 11 \cdot 2018 \cdot$?

$\frac{188 \cdot 258\,\pi}{11 \cdot 11 \cdot 2018} = \frac{11^2\pi}{2018}$ — не верно

0