ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32004

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	1	8	8	12	12	2	0	8	59	пятьдесят девять	

№1

$$\frac{\frac{1}{4}+1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-5\left(\frac{1}{2}\right)^{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^{2}}=\frac{\frac{1+4}{4}}{4-5\cdot\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}=\frac{\frac{5}{4}}{\frac{16-5+9}{4}}=\frac{5\cdot 4}{4\cdot 20}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

4

$A = 4{,}75 + 0{,}25 = 5$

$0{,}6A = 0{,}6 \cdot 5 = 3$

Ответ: 3

№2

$V_н : V_р : V_л = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$

$\frac{V_н}{V_р} = \frac{1\cdot 2}{5\cdot 1}$; $V_н = \frac{2V_р}{5}$

$\frac{V_р}{V_л} = \frac{1\cdot 10}{2\cdot 1} = \frac{5}{1}$; $V_л = \frac{1}{5}V_р$

$V_г = 0{,}3\,V_р$

$V_р = 8 + V_н + V_л + V_г$

$V_р = 8 + \frac{2}{5}V_р + \frac{1}{5}V_р + \frac{3}{10}V_р \mid \cdot 10$

$10V_р = 80 + 4V_р + 2V_р + 3V_р$; $9V_р$

$V_р = 80$; $V_н = \frac{80\cdot 2}{5} = 32$;

$V_л = \frac{1}{5}\cdot 80 = 16$; $V_г = \frac{3\cdot 80}{10} = 24$

4

Ответ: $V_р = 80$; $V_н = 32$; $V_л = 16$; $V_г = 24$ млрд куб. м

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32004

№3 на одно дерево нужно 144 м² площади

площадь розы $S=\pi r^2$

кол-во деревьев $\frac{S}{144}=\frac{\pi r^2}{144}=\frac{3,14\cdot 258\cdot 258}{12\cdot 12}=3,14\cdot 21,5^2\approx$

≈ 1386 деревьев

Еще можно посадить по периметру

$l=2\pi r$ $\frac{2\pi r}{12}=\frac{\pi r}{6}=\frac{3,14\cdot 258}{6}\approx\frac{258}{2}=129$ (1)

$\Sigma\ 1386+129=1515$

это много меньше 2018

№6 ~~Скорость сближения~~ t - время когда они встретятся

$\begin{cases} 10+S=V_2\cdot t \\ S=V_1\cdot t \end{cases}$ $V_1t+10=V_1t$; $5t-10=3t$

$2t=10$; $t=5$ с

Оса будет лететь 5 с со скоростью 12 км/с

$\Rightarrow$ Пролетит она $5\cdot 12=60$ км

Ответ: 60 км (12)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32004

№4 $\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$

$\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x^3-3x+1=x^2-2x+1 \end{cases}$ $x\geq 1$

$x^3-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0$

$x=0$

$D=b^2-4ac=1+4=5$

$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

8

$\begin{cases} x\geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Ответ: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

№5 (1) $\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3}$

(2) $(\sin^2\alpha)^2=(1-\cos^2\alpha)^2=1+\cos^4\alpha-2\cos^2\alpha$

$(\sin^2\alpha)^3=(1-\cos^2\alpha)^2=1+\cos^6\alpha-2\cos^3\alpha$

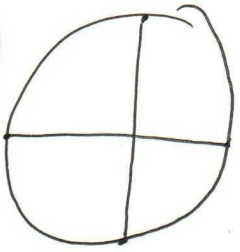
$\frac{x+\cos^4\alpha-2\cos^2\alpha+\cos^4\alpha-x}{x+\cos^6\alpha-2\cos^3\alpha+\cos^6\alpha-x}=\frac{2}{3}$; $\frac{2(\cos^4\alpha-\cos^2\alpha)}{2(\cos^6\alpha-\cos^3\alpha)}=\frac{2}{3}$

$\frac{\cos^2\alpha(\cos^2\alpha-1)}{\cos^3\alpha(\cos^2\alpha-1)}=\frac{2}{3}$

$3\cos^2\alpha(\cos^2\alpha-1)-2\cos^3\alpha(\cos^2\alpha-1)=0$

$\cos^2\alpha(\cos^2\alpha-1)(3-2\cos\alpha)=0$

8



$\left[\begin{array}{l} \cos\alpha=0 \\ \cos\alpha=1 \\ \cos\alpha=-1 \\ \cos\alpha=\frac{3}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \alpha=\pm\frac{\pi}{2}+2\pi n \\ \alpha=\pi n \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \alpha=\frac{\pi}{2}+\pi n \\ \alpha=\pi n \end{array}\right.$ $n\in Z$

$(\sin^2\alpha)^3=(1-\cos^2\alpha)^3=$

$1-3\cos^2\alpha+3\cos^4\alpha-\cos^6\alpha$

формула куба

№4 $\frac{2(\cos^4\alpha-\cos^2\alpha)}{x-3\cos^2\alpha+3\cos^4\alpha-\cos^6\alpha+\cos^6\alpha-x}=\frac{2}{3}$

(3) $(\sin^2\alpha)^3=(1-\cos^2\alpha)^3=$

$=1-3\cos^2\alpha+3\cos^4\alpha-\cos^6\alpha$

$\frac{2(\cos^4\alpha-\cos^2\alpha)}{3\cos^4\alpha-\cos^2\alpha}=\frac{2}{3}$

25 у.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32004

№7

$\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$

$\sqrt{8x-x^2-7} \geq \sqrt{11-x} + \sqrt{9x-x^2-18}$

$8x-x^2-7 \geq 11-x+9x-x^2-18 + 2\sqrt{11-x}\cdot\sqrt{9x-x^2-18}$

$\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18} \leq 0$

Т.к. корень не может быть отриц. значит неравенство может быть равно только 0.

(12)

$\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18} = 0$

$\begin{cases} x = 11 \\ x^2-9x+18=0 \\ 6\ \ 3 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x=11 \\ x=6 \\ x=3 \end{cases}$

Проверим корни подставив в изначальное

1) $x=11$

$\sqrt{88-121-7} - 0 \geq \sqrt{99-121-18}$

нет решения

2) $x=6$

$\sqrt{48-36-7} - \sqrt{5} \geq \sqrt{54-36-18}$

$\sqrt{5} - \sqrt{5} \geq 0$

3) $\sqrt{24-9-7} - \sqrt{8} \geq \sqrt{27-9-18}$

$\sqrt{8} - \sqrt{8} \geq 0$

12

Ответ: 3; 6

№8

$\begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$

$\begin{cases} -\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \sin y \\ -\frac{\sin^2 x}{\cos x} = \cos y \end{cases}$

$\begin{cases} -\operatorname{ctg} x \cdot \cos x = \sin y \\ -\operatorname{tg} x \cdot \sin x = \cos y \end{cases}$ (*)

$\cos x \cdot \sin x = \cos y \cdot \sin y$ (·2)

$\sin 2x = \sin 2y$

$x = y$

(12)

$\sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin x$

$\sin x \neq 0$

$\cos x \neq 0$

$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in Z$

$x \neq \pi n$

Ответ: $x = y \in R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right\}, \ n \in Z$

?

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32004

№10 $(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$ $1<a<3$ — переменная, x - параметр

~~I $4-2a=0$ $2a=4$; $a=\frac{4}{2}$~~

~~$4x^2-2ax^2+13ax-27x+33-13a>0$~~

$4x^2-2ax^2+13ax-27x+33-13a>0$

$a(13x-2x^2-13)>-4x^2+27x-33$ ✓

1) ~~$13x-2x$~~ $2x^2-13x+13=0$

$D=169-8(13)=169-104=$ ~~169~~ $65=13\cdot5$

$x_{1,2}=\frac{13\pm\sqrt{65}}{4}$ $\quad +\ \frac{13-\sqrt{65}}{4}\ -\ \frac{13+\sqrt{65}}{4}\ +$

2) $4x^2-27x+33=0$

$D=$

2) $\begin{cases} x\in\left(-\infty;\ \frac{13-\sqrt{65}}{4}\right)\cup\left(\frac{13+\sqrt{65}}{4};\ +\infty\right) \\ a>\frac{-4x^2+27x-33}{13x-2x^2-13}>1 \end{cases}$

$\frac{-4x^2+27x-33-13x+2x^2+13}{13x-2x^2-13}>0$

$\frac{-2x^2+14x-20}{13x-2x^2-13}>0$

$x^2-7x+10<0$

$5\quad 2$

$x=5$ $\quad +\ (2;5)\ -$

$x=2$ $\quad 2\quad 5$

$x\in(2;5)$

$\frac{13-\sqrt{65}}{4}\quad\frac{13+\sqrt{65}}{4}$

3) $\begin{cases} x\in\left(\frac{13-\sqrt{65}}{4};\ \frac{13+\sqrt{65}}{4}\right) \\ a<\frac{-4x^2+27x-33}{13x-2x^2-13}<3 \end{cases}$

$-4x^2+27x-33-39x+6x^2+39<0$

$2x^2-12x+6<0$

$x^2-6x+3<0$

$k=-3$

$D=k^2-ac=9-3=6$

$x_{1,2}=3\pm\sqrt{6}$ $\quad +\ (3-\sqrt{6};\ 3+\sqrt{6})\ -$ ✓

$(0;1)$ $\quad (5;6)$

$\frac{13-\sqrt{65}}{4}\quad\frac{13+\sqrt{65}}{4}$

$x\in\left(\frac{13-\sqrt{65}}{4};\ \frac{13+\sqrt{65}}{4}\right)$

8

Ответ: $x\in\left(\frac{13-\sqrt{65}}{4};\ \frac{13+\sqrt{65}}{4}\right)$?