

ШИФР 32005.

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18.

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | 10 | $\Sigma$ |                  | Подпись |
|--------|---|---|---|---|---|---|----|----|---|----|----------|------------------|---------|
|        |   |   |   |   |   |   |    |    |   |    | Цифрой   | Прописью         |         |
| Оценка | 4 | 4 | 2 | 8 | 8 | 2 | 12 | 10 | 0 | 8  | 58       | пятьдесят восемь | Кеер    |

У1

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0.5)^2 - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{5})^{-2}} + 4.75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{16}{4} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{10}{4}} + \frac{19}{4} = \frac{1}{4} + \frac{19}{4} = 5.$$

60% от A:  $\frac{6}{10} \cdot A = \frac{5 \cdot 6}{10} = 3$

ответ 3

У2 Пусть V - суммарный объем в млрд м<sup>3</sup>

Новатэк:  $\frac{V}{5}$

Роснефть:  $\frac{V}{2}$

Лукойл:  $\frac{V}{10}$

Газпром нефть:  $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{3}{20} V$

Пик. Р. добыва на 8 млрд м<sup>3</sup> больше остальных, то

$$\frac{V}{5} + \frac{V}{10} + \frac{3V}{20} = \frac{V}{2} - 8$$

$$\frac{V}{20} = 8 \Rightarrow V = 160 \text{ (млрд м}^3\text{)}$$

Ответ: Новатэк - 32 млрд м<sup>3</sup>; Роснефть - 80 млрд м<sup>3</sup>; Лукойл - 16 млрд м<sup>3</sup>; Газпром нефть - 24 млрд м<sup>3</sup>.



№3. Дано:  $r = 258 \text{ м}$

расстояние  $d$  между деревьями  $\geq 12$

Вопрос: сколько деревьев вылезает не больше 2018.

Допустим, это роща имеет форму квадрата со сторонами, равной радиусу круга. П.к. его площади  $\Delta$  круга, но найдем, сколько деревьев вылезает в квадрат.

В каждом ряду будет не  $\frac{258 \cdot 2}{12} = 43$  деревьев.

Значит, общее число деревьев в квадрате будет равно

$43 \times 43 = 1849$ , что гораздо меньше 2018. П.к. площадь

круга еще меньше, то туда тем более поместится меньше 2018 деревьев.

№4.  $\sqrt{x^3 - 3x + 1} = -1 + x$

При  $x \geq 1$ :

$$x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1;$$

$$x^3 - x^2 - x = 0;$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0;$$

$$\begin{cases} x = 0 < 1 \Rightarrow \text{не подходит;} \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

Ответ:  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 5$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 1 \text{ не подходит}$$

$$x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} > 1$$

№5. 
$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1)}{\sin^2 \alpha (\sin^4 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1)}$$

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1)$$

$$= \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) (\sin^2 \alpha + 1) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1) (\cos^2 \alpha + 1)}$$

$$= \frac{-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{- \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) (\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) (\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{- 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{- \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + (- \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) (2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)}{- 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$= \frac{- \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha)}{- 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{- 2}{- 3} = \frac{2}{3}, \text{ ответ}$$

N 7

$$\sqrt{8x-x^2-7} \geq \sqrt{9x-x^2-18} + \sqrt{11-x}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 11-x \geq 0 \\ 9x-x^2-18 \geq 0 \\ 8x-x^2-7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ x^2-9x+18 \leq 0 \\ x^2-8x+7 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 11 \\ (x-3)(x-6) \leq 0 \\ (x-1)(x-7) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ x \geq 3 \\ x \leq 6 \\ x \geq 1 \\ x \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 6 \end{cases}$$

[3;6]

$$8x-x^2-7 \geq 9x-x^2-18 + 11-x + 2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18}$$

$$8x-9x-x^2+x^2-7+7 \geq 2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18}$$

$$0 \geq 2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18}$$

Верно при  $2\sqrt{11-x}\sqrt{9x-x^2-18} = 0$

$$\begin{cases} 11-x = 0 \\ 9x-x^2-18 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11 \notin \text{ОДЗ} \\ x = 3 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ответ  $\{3;6\}$ .

$$x^2-9x+18=0$$

$$x_1 = \frac{9-3}{2} = 3$$

$$x_2 = 6$$

$$(x-3)(x-6)=0$$

$$x^2-8x+7=0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 7 \text{ не в. Внес}$$

12



н.с.

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\sin x - \frac{1}{\sin x}\right)^2 = \sin^2 y, & \sin x \geq \frac{1}{\sin x} \\ \left(\cos x - \frac{1}{\cos x}\right)^2 = \cos^2 y, & \cos x \geq \frac{1}{\cos x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} = \sin^2 y \\ \cos^2 x - 2 + \frac{1}{\cos^2 x} = \cos^2 y \end{cases} \quad +$$

$(\sin^2 y + \cos^2 y = 1)$

$$\sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} + \cos^2 x - 2 + \frac{1}{\cos^2 x} = 1,$$

$$1 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - 4 = 1,$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 4,$$

$$\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = 4,$$

$$(1 - \cos^2 x) \cos^2 x = \frac{1}{4};$$

$$(1 - \cos^2 x) \cos^2 x = \frac{1}{4};$$

$$\cos^4 x - \cos^2 x + \frac{1}{4} \geq 0;$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = \frac{1}{2} \\ \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \text{корни уравн.}$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

При  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ :

$$\cos \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \cos y$$

$$\cos y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right), n \in \mathbb{Z}$

При  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ :

$$\cos y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
нельзя использовать?

10



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32008.

$$№10 \quad (4-2a)x^2 + (3a-2)x + 53-15a > 0;$$

При  $a=2$ :

$$2x^2 - 14x + 20 > 0;$$

$$x^2 - 7x + 10 > 0;$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$(x-2)(x-5) > 0$$

$$x \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$$

При  $a=3$ :

$$-2x^2 + 12x - 6 > 0;$$

$$x^2 - 6x + 3 < 0;$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{6-2\sqrt{6}}{2} = 3-\sqrt{6} \\ x_2 = 3+\sqrt{6} \end{cases}$$

$$x \in (3-\sqrt{6}; 3+\sqrt{6})$$

$$\begin{aligned} 3-\sqrt{6} &< 2 \\ 3+\sqrt{6} &> 5 \end{aligned}$$

Совместно,

Ответ:  $(3-\sqrt{6}; 2) \cup (5; 3+\sqrt{6})$

№6. Пусть  $v_1 = 8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ , а  $v_2 = 5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ ,  $v_{\text{сбл.}} = 2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ .

Следовательно, встретятся они за 5 часов ✓

Все со своей скоростью  $\frac{12 \text{ км}}{2}$  будет проехать  
сначала 10 км между ними, потом 8, затем 6, 4 и 2. ?

Итого проедет 30 км

(после этого  
1 и 2 встретятся)

Ответ: 30 км

исполнение  
решения

8

2