

Класс 11 Вариант 41 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ имени НЭБНУМАН

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	1	8	8	12	12				49	сорок девять	

N1

$$A = \frac{2^{-2} + 20/18^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 + \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}}{\frac{16+5+9}{4}} + 4,75 = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{30}{4}} + \frac{4,75}{100} = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{30} + \frac{19}{4} = \frac{1}{6} + \frac{19}{4} = \frac{47,5}{12}$$

$$= \frac{31}{12} = \frac{91}{12}$$

$$A = \frac{41}{12}$$

$$A \cdot 0,6 = \frac{41}{12} \cdot \frac{6}{10} = \frac{41}{20} = 2,05$$

Ответ: 60% от $A = 2,05$

N2

$$H : P : \Lambda = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$$

$$\Gamma = 0,3 \cdot P$$

$$P = 8 + H + \Gamma + \Lambda$$

$$1) \frac{H}{\Lambda} = \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{1} = 2 \Rightarrow H = 2\Lambda \Rightarrow \Lambda = \frac{1}{2}H$$

$$2) \frac{H}{P} = \frac{1}{5} \cdot \frac{12}{1} = \frac{2}{5} \Rightarrow H = \frac{2}{5}P$$

$$\Rightarrow \Lambda = \frac{1}{2}H = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}P = \frac{1}{5}P$$

$$3) P = 8 + \frac{2}{5}P + \frac{3}{10}P + \frac{1}{5}P$$

$$P - \frac{4}{10}P - \frac{3}{10}P - \frac{2}{10}P = 8$$

$$P(1 - \frac{9}{10}) = 8$$

$$\frac{P}{10} = 8 \quad P = 80 \text{ (млрд куб м)}$$

$$\Pi$$

$$1) P = 80 \Rightarrow \Lambda = \frac{1}{5}P = 16 \text{ (млрд куб м)}$$

$$2) H = \frac{2}{5}P = 32 \text{ (млрд куб м)}$$

$$3) \Gamma = 0,3 \cdot P = 24 \text{ (млрд куб м)}$$

Ответ: 80! (продолжение задачи)

N7

$$\sqrt{8x - x^2 - 4} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 14}$$

$$8x - x^2 - 4 + 11 - x - 2\sqrt{(8x - x^2 - 4)(11 - x)} \geq 9x - x^2 - 14$$

$$2\sqrt{(x-7)(x-1)(x-11)} \geq 2x - 22$$

$$\sqrt{(x-7)(x-1)(x-11)} \geq x-11$$

$$(x-7)(x-1)(x-11) \geq (x-11)^2 \quad (x \neq 11)$$

$$|x^2 - 8x + 7| \geq x - 11$$

$$x^2 - 9x + 18 \geq 0$$

(м. вешта)

$$\begin{cases} x=3 \\ x=6 \end{cases} \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ 3 \quad 6 \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in (-\infty; 3] \cup [6; +\infty)$$

(учетом 093)

$$x \in [3; 6]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=6 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\text{ответ } \begin{cases} x=3 \\ x=6 \end{cases} \quad \checkmark$$

093

$$\begin{cases} 8x - x^2 - 4 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 14 \geq 0 \end{cases}$$

$$1) x^2 - 8x + 4 \leq 0$$

(м. вешта)

$$\begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases} \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ 1 \quad 4 \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in [1; 4]$$

$$2) x \in (-\infty; 11]$$

$$3) x^2 - 9x + 18 \leq 0$$

03

$$\begin{cases} x=6 \\ x=3 \end{cases} \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ 3 \quad 6 \end{array} \rightarrow x$$

$$x \in [3; 6]$$

093

$$\begin{cases} x \in [1; 4] \\ x \in [3; 6] \Leftrightarrow x \in [3; 6] \\ x \in (-\infty; 11] \end{cases}$$

12



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32013

№4

~~$$x^3 - 3x + 1 = 0$$~~

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$\begin{cases} x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - x^2 - x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x^2 - x - 1) = 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\left(1 - \sqrt{5} < 1 \Rightarrow \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 1 \right)$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ — не подходит } (x > 1) \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Ответ $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ ✓

8

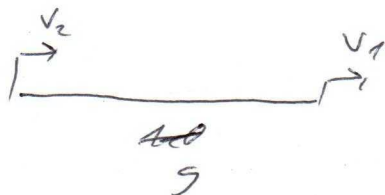
№6

$$V_1 = 3 \text{ км/ч}$$

$$S = 10$$

$$V_2 = 6 \text{ км/ч}$$

$$V_0 = 12 \text{ км/ч}$$



$$V_2 - V_1 = V_{\text{сближ}} = 2 \text{ км/ч}$$

$$\frac{S}{V_{\text{сближ}}} = t_{\text{встречи}} = \frac{10}{2} = 5 \text{ ч}$$

$$S_{\text{раск}} = V_0 \cdot t_{\text{встречи}} = 5 \cdot 12 = 60 \text{ км}$$

12

Ответ: 60 км ✓



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32013

(N2 продолжение)

Ответ

раскварт = 80 мр куб

Новатек = 32 мр куб

Лукойл = 16 мр куб

Газпром = 24 мр куб

(4)

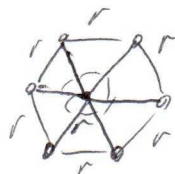
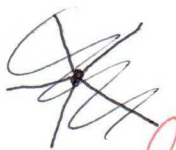
N3

$$R = 258$$

$$r = 12$$

N2 2013

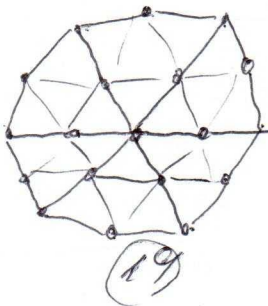
1) в центре стоит 1 дерево



(4)

2) в круге радиуса $r = 12$ поместится 4 дерева
(все треуголь (внутри поместится 6 равносторонних
треугольников) (сторона равносторонних треугольников равна r))

3)



(19)

если радиус увеличить на 12
 $r' = 24$ то внутри поместится (19)
деревьев

4) наблюдается закономерность

$$19 - 4 = 12$$

$$4 - 1 = 3$$

при каждом увеличении r на 12
прибавляется 6 деревьев ($n \in \mathbb{Z}$)

по формуле суммы арифметической прогрессии

$$II) 115 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$3) S = \frac{1 + 121}{2} \cdot 21 = 1281$$

$$n = \frac{R}{r} = 21,5$$

$$(n \in \mathbb{Z}) \quad n = 21 \text{ тк } (n \in \mathbb{Z})$$

(1)

$$\begin{array}{r} 61 \\ \times 21 \\ \hline 61 \\ 122 \\ \hline 1281 \end{array}$$

$$2) a_1 = 1$$

$$a_n = 1 + (21-1) \cdot 6 = 121$$

$$S = 1281 < 2018 \text{ мр}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32013

N 5

$$\text{I} \quad \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{I} \quad \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 &= \sin^4 \alpha + (\cos^2 \alpha - 1)(\cos^2 \alpha + 1) = \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha(\cos^2 \alpha + 1) = \\ &= \sin^2 \alpha(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - 1) = \sin^2 \alpha(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = \\ &= \sin^2 \alpha(-2\cos^2 \alpha) = -2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II} \quad \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1 &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha) - 1 = \\ &= \sin^2 \alpha(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \cos^4 \alpha - 1 = \sin^2 \alpha(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + (\cos^2 \alpha - 1)\cos^2 \alpha = \\ &= \sin^2 \alpha(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) - \sin^2 \alpha(\cos^2 \alpha + 1) = \\ &= \sin^2 \alpha(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha(-3\cos^2 \alpha) = \\ &= -3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\text{из II и I} \Rightarrow \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{-2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{-3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \text{ чмд}$$

N 1

$$A = \frac{2^{-2} + 2019^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{\frac{1}{4} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{5}{20} + 4,75 = \frac{25}{100} + 4,75 = 0,25 + 4,75 = 5 \checkmark$$

$$60\% \text{ от } A = A \cdot 0,6 = 5 \cdot 0,6 = 3 \checkmark$$

Ответ 3

1 N