



Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ, Москва

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	2	4	2	8	8	12	12	4	0	0	52	пятьдесят два	Кедр

$$N1 \quad A = \frac{2^{-2} + 1018^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4\frac{3}{4} = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} =$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} = \frac{\frac{5}{4}}{4 - 1} + \frac{19}{4} = \frac{5}{12} + \frac{19}{4} = \frac{5 + 57}{12} = \frac{62}{12} = 3,1$$

Ответ: 3,1

$$X = 0,6 A ; X = \frac{6}{10} \cdot \frac{62}{12} = 3,1$$

N2 Введём x , такое, что

$$''H'' : ''P'' : ''A'' = \frac{1}{5}x : \frac{1}{2}x : \frac{1}{10}x$$

$$''Г'' = 0,3 \cdot \frac{1}{2}x = \frac{3}{10}x$$

''P'' добыл на 8 мдр. км больше чем ''H'' + ''A'' + ''Г''
тогда

$$\frac{1}{2}x - \left(\frac{3}{10}x + \frac{1}{10}x + \frac{1}{5}x\right) = 8 \quad \frac{x}{2} - \frac{3x}{10} - \frac{x}{10} - \frac{x}{5} = 8$$

$$\frac{10x - 3x - 2x - 4x}{20} = 8$$

$$x = 160 \Rightarrow ''P'' \text{ — } 80 \text{ мдр. км}$$

$$''Г'' \text{ — } \frac{3}{10} \cdot 160 =$$

$$= 24 \text{ мдр. км}$$

$$''H'' \text{ — } \frac{1}{5} \cdot 160 = 32 \text{ мдр. км}$$

$$''A'' \text{ — } \frac{1}{10} \cdot 160 = 16 \text{ мдр. км}$$

Ответ: 32; 80; 16; 24



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 32022

N4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^3 - x^2 - x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x(x^2 - x - 1) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} & 0 < 1 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} & \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 1 \\ & \frac{1 + \sqrt{5}}{2} > 1. \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

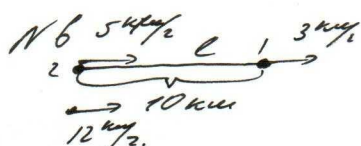
N5 $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$ Доказать
 $B = \frac{2}{3}$.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{\sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin^6 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^6 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha (\sin^4 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1)} \\ &= \frac{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) (\sin^2 \alpha + 1) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1) (\cos^2 \alpha + 1)} = \frac{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 1 + 1)} = \\ &= \frac{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$A = B$

ч.т.д.



$v_{\text{ср}} = \frac{72 \text{ км}}{6 \text{ ч}} = 12 \text{ км/ч}$

Пешеход 2 догнал пешехода 1 за t часов

$t = \frac{c}{v_2 - v_1} = \frac{10}{2} = 5 \text{ часов}$

Если птица летала между ними пока они не встретились, то она летала также 5 часов, $S_{\text{птица}} = t \cdot v_{\text{птица}}$

$S = 5 \cdot 12 = 60 \text{ км}$

Ответ: 60 км



ШИФР

32022

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 13}$$

$$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 2\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} \geq 8x - x^2 - 13$$

$$-2x + 22 \geq 2\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)}$$

$$\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} \leq 11 - x$$

$$\begin{cases} 11 - x \geq 0 \\ (8x - x^2 - 7)(11 - x) \geq 0 \\ (8x - x^2 - 7)(11 - x) \leq (11 - x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ (x^2 - 8x + 7)(x - 11) \geq 0 \\ \begin{cases} x = 11 \\ 8x - x^2 - 7 \leq 11 - x \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ (x - 7)(x - 1)(x - 11) \geq 0 \\ x = 11 \\ x^2 - 9x + 18 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 11 \\ -11 \quad -7 \quad 1 \quad 11 \\ x = 11 \\ (x - 3)(x - 6) \geq 0 \end{cases}$$



$$x \in [1; 3] \cup [6; 7] \cup [11; 11]$$

+ 003.

$$x \in \{3\} \cup \{6\}$$

Ответ: 3 и 6

003:

$$\begin{cases} -x^2 + 8x - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 13 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 7 \leq 0 \\ x \leq 11 \\ x^2 - 9x + 13 \leq 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$D = 64 - 28 = 36 = 6^2$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = 7$$

$$x_2 = 1$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 18 \cdot 1 =$$

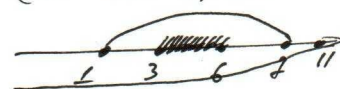
$$= 81 - 72 = 9 = 3^2$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 3$$

$$\begin{cases} (x - 3)(x - 6) \leq 0 \\ x \leq 11 \\ (x - 1)(x - 7) \leq 0 \end{cases}$$



$$003: x \in [3; 6]$$

12

№3. $R = 258 \text{ м}$
Смещая деревья $\neq \geq 12$

значит на какое

занимает площадь $\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = 36\pi$.

Вся площадь $258^2 \pi$ $(258+6)^2 \pi$

$$N_{\text{деревьев}} = \frac{8 \cdot 258 \cdot 258 \pi}{6 \cdot 6 \pi} = 43^2 = 1849$$

2

$$S_{\text{до}} = 258^2 \pi - 1849 \pi =$$



$$\text{NS} \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\cos^2 x}{\sin x} = \sin y \\ \frac{-\sin^2 x}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\cos x \cdot \csc x = \sin y \\ -\sin x \cdot \sec x = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\cos x}{\csc x} = \sin y \\ \csc x = \frac{\cos y}{\sin x} \end{cases} \quad \frac{\cos x \cdot \sin x}{\cos y} = \sin y$$

$$\cos x \cdot \sin x = \sin y \cdot \cos y$$

$$\cos x \cdot \sin x - \sin y \cdot \cos y = 0.$$

$$\sin(x - y) = 0$$

$$x - y = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = x + \pi k$$

$$\sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin(x + \pi)$$

$$\sin x - \frac{1}{\sin x} = -\sin x.$$

$$\frac{\sin^2 x - 1 + \sin^2 x}{\sin x} = 0.$$

$$\frac{2\sin^2 x - 1}{\sin x} = 0 \quad \sin x \neq 0.$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad x \neq \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \begin{cases} \frac{\pi}{4} + 2\pi(k+1) \\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi(k+1) \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi(k+1) \right); \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi(k+1) \right)$$

4