

ШИФР 32056

Класс 11   Вариант 12   Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Баумана

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 | $\Sigma$ |            | Подпись    |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----------|------------|------------|
|        |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    | Цифрой   | Прописью   |            |
| Оценка | 4 | - | 4 | 1 | - | - | 6 | 16 | 16 | -  | 47       | сорок семь | <i>Мам</i> |

1.  $B = 0,1 \cdot A$

$$B = \frac{\left[ \left( \frac{1}{3} \right)^{-10} \cdot 22^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left( 64^{-\frac{1}{3}} \right)^{-3} \right] \cdot (2,012)^0 \cdot \sqrt{0,36}}{\left( (2+\sqrt{3}) + \sqrt{2-\sqrt{3}} \right)^2}$$

$$= \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{3^3} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 64 \cdot 2^2 \cdot 1 \cdot 0,6}{2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4-3} + 2 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{3 + 1 + 4}{2 + \sqrt{3} + 2 + 2 - \sqrt{3}} \cdot 0,6 = 0,8$$

$A = \frac{B^6}{0,1} = 8$

Ответ: 8

4.  $(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{x}{y}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$$

Подставим  $x = -1$  в уравнение   Подставим 1

$$(0-1)(\sqrt{2}+1) \neq -\frac{1}{y}$$

$$(\sqrt{2}-1) \cdot 1 \neq \frac{1}{y}$$

$x = -1$  не подходит

Подставим  $x = 0$

$$0 = 0 \text{ подходит}$$

Ответ:  $\{0\}$

метод подстановки !!



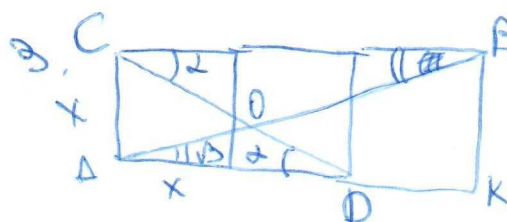
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 32056



$\angle CDA = \angle DCB$  (как смежные при параллельных CB и AD и CD секущей)

$\angle BAD = \angle ABC$  (как смежные при параллельных CB и AD, AB секущей)

$\triangle AOX \sim \triangle AOD$ :

$$\angle AOD = 180 - (\beta + \alpha)$$

$$\sin \angle AOD = \sin(180 - (\beta + \alpha))$$

$$\sin \angle AOD = \sin(\alpha + \beta)$$

из  $\triangle ACD$  по т. Пифагора  $AD = x\sqrt{5}$

из  $\triangle ABK$  по т. Пифагора  $AB = x\sqrt{10}$

$$\sin \alpha = \frac{AD}{CD} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \beta = \frac{BK}{AB} = \frac{x}{\sqrt{10}x} = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \angle AOD = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle AOD = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

$\angle COA = 180 - 135 = 45^\circ$ . Берем наименьший из углов

ответ:  $45^\circ; \frac{\pi}{4}$  ✓ (4)

$$8. \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$(x) \begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \quad (1)$$

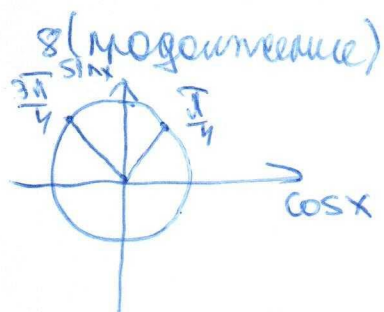
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \cos x \geq 0 \\ 8\sin^2 x = 1 - \sin x + \cos y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \cos y = 1 - \sin x + \cos y \\ \cos x \geq 0 \\ \sin^2 x = 1 - \sin x + \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \sin x = 1 \quad (**) \\ \cos x \geq 0 \\ \sin^2 x = 1 - \sin x + \cos y \end{cases}$$

$$(**) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ПРОДОЛЖЕНИЕ НА СЛЕД. БЛАНКЕ

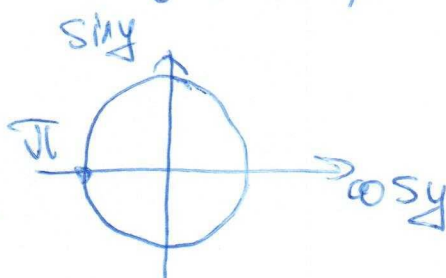
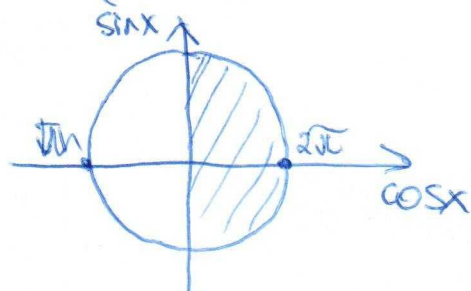




$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$$

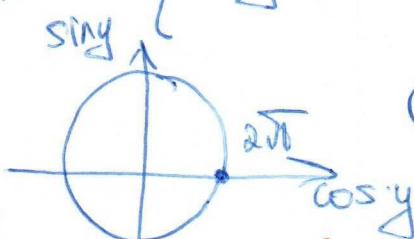
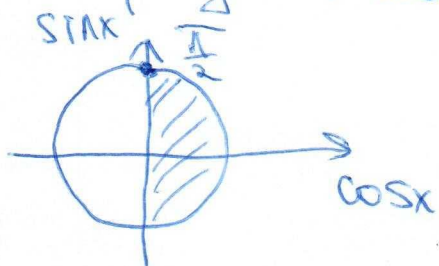
$$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos x \geq 0 \end{cases} & (1') \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \cos x \geq 0 \end{cases} & (2') \end{cases}$$

$$(1') \begin{cases} \cos y = \sin^2 x - \cos x \\ \cos x \geq 0 \\ x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos y = 0 - 1 \\ \cos x \geq 0 \\ x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ \cos x \geq 0 \\ x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$(2') \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x \geq 0 \\ \cos y = \sin^2 x - \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x \geq 0 \\ \cos y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x \geq 0 \\ y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ:  $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; 2\pi m, m \in \mathbb{Z})$ ;  $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi + 2\pi l, l \in \mathbb{Z})$



ШИФР 32056

$$2. \sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$$

0 3:

$$6x \begin{cases} x^2-6x+5 \leq 0 \\ x^2-8x+12 \leq 0 \\ 7-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 5] \\ x \in [2; 6] \\ x \leq 3,5 \end{cases} \quad x \in [2; 3,5]$$

$$6x - \sqrt{6x-x^2-5} - 2\sqrt{(7-2x)(6x-x^2-5)} + 7 - 2x \geq 8x - \sqrt{8x-x^2-12}$$

$$4x + 2 - 2\sqrt{(7-2x)(6x-x^2-5)} \geq 8x - 12$$

$$-2\sqrt{(7-2x)(6x-x^2-5)} \geq 4x - 14$$

$$2\sqrt{(7-2x)(6x-x^2-5)} \leq 4x - 14$$

$$\begin{cases} 4x - 14 \geq 0 & ① \\ (7-2x)(6x-x^2-5) \geq 0 & ② \\ 4((7-2x)(6x-x^2-5)) \leq 16x^2 - 112x + 196 & ③ \end{cases}$$

$$① \quad x \geq \frac{14}{4}$$

$$② -2(3,5-x)(x^2-6x+5) \geq 0$$

$$(x-3,5)(x-5)(x-1) \geq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ 1 \quad 3,5 \quad 5 \end{array} \rightarrow x \quad x \in [1; 3,5] \cup [5; +\infty)$$

$$③ 4(42x - 12x^2 - 2x^2 + 35 + 10x) \geq 16x^2 - 112x + 196$$

$$4(2x^3 - 19x^2 + 52x - 35) \geq 16x^2 - 112x + 196$$

$$8x^3 - 76x^2 + 208x - 140 \geq 16x^2 - 112x + 196$$

$$8x^3 - 92x^2 + 320x - 336 \geq 0$$

$$x^3 - 11,5x^2 + 40x - 42 \geq 0$$

$$D = (-5,5)^2 - 4 \cdot 2 = 30,25 - 28 = 2,25$$

$$\begin{cases} x = \frac{5,5 + 1,5}{2} \\ x = \frac{5,5 - 1,5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3,5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3,5 \\ x \in [1; 3,5] \cup [5; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in \{3,5\}$$

$$\begin{cases} x \in [2; 3,5] \cup [6; +\infty) \\ x \in \{3,5\} \cup [6; +\infty) \end{cases}$$

$$x \in [2; 3,5] \cup [6; +\infty)$$

$$\text{Учитывая } 0 \text{ и } 3: x = 3,5$$

$$\text{Ответ: } \{3,5\}$$

погребено решение!

$$x_1 = 2$$

(6)



$$9. \frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

Пусть  $t = x + 2016$

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{(t-1)t} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{t(t+2)(t+1) + (t-1)(t-2)}{(t^2-4)(t^2-1)} + \frac{(t+1) + (t-1)}{t(t^2-1)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{t^2 + 2t + t + 2 + t^2 - t - 2t + 2}{(t^2-4)(t^2-1)} + \frac{2t}{t(t^2-1)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t^2 + 4}{(t^2-4)(t^2-1)} + \frac{2t}{t^3 - t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t^2 + 4}{(t^2-4)(t^2-1)} + \frac{2t^2}{t^3 - t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4t^2 - 4}{(t^2-4)(t^2-1)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4}{t^2-4} = \frac{1}{999999}$$

$$t^2 = 4 \cdot 10^6$$

$$t = \pm 2000$$

$$\begin{cases} x + 2016 = 2000 \\ x + 2016 = -2000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -16 \\ x = -4016 \end{cases}$$

ответ:  $\{-16; -4016\}$  ✓

16