



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

32140

Класс 11

Вариант 11

Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания

МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	1	8	8	12	12	16	16	4	85	восемьдесят пять	Кем

№1. $A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + (\frac{2}{3})^{-2}} = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{8} + 4,75 = 5$
 $A' = 0,6 \cdot 5 = 3$

Ответ: 3

№2. x - Новатек
y - Роснефть
z - Лукойл
0,3y - Газпром

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{5}, \quad \frac{x}{z} = \frac{1}{5} : \frac{1}{10} = 2, \quad \frac{y}{z} = \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = 5$$

$$x = \frac{2}{5}y, \quad x = 2z, \quad z = \frac{y}{5}$$

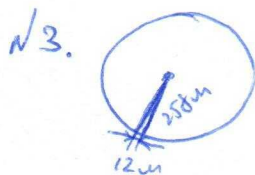
$$8 + x + z + 0,3y = y$$

$$\frac{8}{y} = 1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{5} - 0,3 = \frac{1}{10} \Rightarrow y = 80$$

$$x = 32, z = 16$$

$$x + y + z + 0,3y = 32 + 80 + 16 + 0,3 \cdot 80 = 152$$

Ответ: 152 млрд. куб. м



$$l = 2\pi \cdot r = 2 \cdot 250 \cdot \pi = 1570,8$$

$$\frac{l}{12} = \frac{1570,8}{12} = 130,9$$

$$\frac{l}{12} = \frac{12 \cdot 430}{12} = 430 < 2018$$

почему только на
сп-ти

№ 4. $\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - x^2 - x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}, \begin{cases} x(x^2 - x - 1) = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} > 1$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 1$$

Ответ: $x \in \left\{ \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$

№ 5. (1) $\sin^4 x + \cos^4 x - 1 = \frac{2}{3}$
(2) $\sin^6 x + \cos^6 x - 1 = \frac{2}{3}$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \rightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$1) \sin^4 x + \cos^4 x - 1 = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^2 + \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)^2 - 1 = \frac{1}{4}(2\cos^2 2x - 2)$$

$$2) \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^3 + \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)^3 - 1 = \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} \right) \left(\left(\frac{1 - \cos 2x}{2} \right)^2 - \frac{(1 - \cos 2x)(1 + \cos 2x)}{4} \right)$$

$$= \frac{1}{4}(3\cos^2 2x + 1) - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(3\cos^2 2x - 3) = \frac{3}{4}(\cos^2 2x - 1)$$

$$(1,2): \frac{\frac{3}{4}(\cos^2 2x - 1)}{\frac{3}{4}(\cos^2 2x - 1)} = \frac{2}{3} \neq$$

№ 6. $V_1 = 3 \text{ м/с}$

$V_2 = 5 \text{ м/с}$

$V_{\text{общ}} = 12 \text{ м/с}$

$$\begin{cases} S = 5 \cdot t \\ S = 3 \cdot t + 10 \end{cases} \rightarrow t = 5 \text{ с.}$$

$S_{\text{общ}} = V_{\text{общ}} \cdot 5 \text{ с} = 60 \text{ м}$

Ответ: 60 м

№ 7. $\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} + \sqrt{11 - x}$$

$$8x - x^2 - 7 \geq 9x - x^2 - 18 + 11 - x + 2\sqrt{11 - x}\sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$\sqrt{11 - x}\sqrt{9x - x^2 - 18} \leq 0$$

$$\begin{cases} 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 11 \\ 99 - 121 - 18 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 6 \\ x \leq 11 \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{3; 6\}$

$$\text{№8. } \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 = \cos(x-y) \\ \cos(2x) = \cos(x+y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + \pi + 2\pi k \\ x = y + 2\pi m \quad (1) \\ y = -3x + 2\pi m \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 1 = \sin x \cdot \sin y \\ \cos^2 x - 1 = \cos x \cdot \cos y \end{cases} \quad (\pm)$$

$$\begin{cases} x - y = \pi + 2\pi k \rightarrow x = y + \pi + 2\pi k \\ \begin{cases} 2x = x + y + 2\pi m \\ 2x = -x - y + 2\pi m \end{cases} \end{cases}$$

$$1) y + \pi + 2\pi k = y + 2\pi m \quad \emptyset$$

$$2) \begin{cases} x - \pi - 2\pi k = -3x + 2\pi m \\ x = y + \pi + 2\pi k \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi + 2\pi k + 2\pi m}{4}$$

$$y = \frac{-\pi - 8\pi k + \pi + 2\pi k + 2\pi m}{4}$$

$$y = \frac{-3\pi - 6\pi k + 2\pi m}{4}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \left(\frac{\pi + 2\pi k + 2\pi m}{4}, \frac{-3\pi - 6\pi k + 2\pi m}{4} \right) / k, m \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{№9. } \frac{1}{\sqrt[3]{k^2-2k+1} + \sqrt[3]{k^2-k} + \sqrt[3]{k^2}} = \frac{\sqrt[3]{k-1} - \sqrt[3]{k}}{k-1-k} = \sqrt[3]{k} - \sqrt[3]{k-1}$$

Данную последовательность можно представить в виде:

$$(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{1}) + (\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}) + \dots + \sqrt[3]{k} - \sqrt[3]{k-1}$$

Можно заметить, что все слагаемые кроме $\sqrt[3]{1}$ и $\sqrt[3]{k}$ сократятся $\rightarrow$ нужно подобрать такое k , при котором искомое число будет рациональным числом. Это выполняется при $k = (13)^3 = 2197$

Ответ: 2197

16

16



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32140

№10. $(4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a > 0$

$1 < a < 3$

1) $4-2a=0$: $-x+7 > 0$, $x < 7$

$a=2$

~~0.7.2~~

$D = (13a-27)^2 - 4(4-2a)(33-13a)$

2.1) $1 < a < 2$:

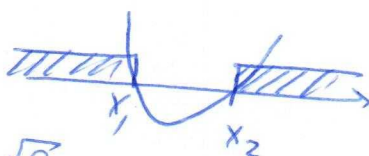
$x_1 = \frac{-13a+27-\sqrt{D}}{2(4-2a)}$

$x_2 = \frac{-13a+27+\sqrt{D}}{2(4-2a)}$



$\frac{-13+27-\sqrt{D}}{2(4-2a)} < x < \frac{-13+27+\sqrt{D}}{2(4-2a)}$

2.2) $2 < a < 3$:



$\begin{cases} x < \frac{-13a+27-\sqrt{D}}{2(4-2a)} \\ x > \frac{-13a+27+\sqrt{D}}{2(4-2a)} \end{cases}$

Ответ: при $1 < a < 2$: $\frac{-13+27-\sqrt{(13a-27)^2-4(4-2a)(33-13a)}}{2(4-2a)} < x < \frac{-13+27+\sqrt{(13a-27)^2-4(4-2a)(33-13a)}}{2(4-2a)}$

при $a=2$: $x < 7$

при $2 < a < 3$:

$\begin{cases} x < \frac{-13a+27-\sqrt{(13a-27)^2-4(4-2a)(33-13a)}}{2(4-2a)} \\ x > \frac{-13a+27+\sqrt{(13a-27)^2-4(4-2a)(33-13a)}}{2(4-2a)} \end{cases}$

исковые
зн-ия?

4

?