



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32305

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	3	1	8	8	12	6	6	0	6	54	пятьдесят четыре	Кеш

51

$$\textcircled{1} A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^2 - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1}{2^2 - 5 \cdot \frac{1}{(-2)^2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{\frac{20}{4}} + 4,75 = \frac{1}{4} + 4,75 = 5$$

4

$$\textcircled{2} 60\% \cdot A = \frac{6}{10} \cdot 5 = \frac{6}{2} = 3$$

Ответ: 3

52

① Пусть "Новатэк" - M
 "Роснефть" - P
 "Лукойл" - N
 "Взрывом нефти" - Γ , тогда: $M : P : N = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$
 $\Gamma = 0,3 \cdot P$
 $P - (M + N + \Gamma) = 8$ млрд. куб. м

② Пусть 1 часть = x млрд. куб. м
 $M = \frac{1}{5}x$; $P = \frac{1}{2}x$; $N = \frac{1}{10}x$
 $\Gamma = 0,3 \cdot \frac{1}{2}x = \frac{3}{20}x$

③ $\frac{1}{2}x - \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + \frac{3}{20}x\right) = 8 \Rightarrow \frac{10}{20}x - \frac{9}{20}x = 8 \Rightarrow \frac{1}{20}x = 8 \Rightarrow x = 160$ млрд. куб. м



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



З2 (продолжение)

Всего: $\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{10}x + \frac{3}{20}x = \frac{19}{20}x = \frac{19}{20} \cdot 160 = 19 \cdot 8 = 152 \text{ млрд. куб. м}$

$$\begin{array}{r} \times 19 \\ 8 \\ \hline 152 \\ + \end{array}$$

Ответ: 152 млрд. куб. м

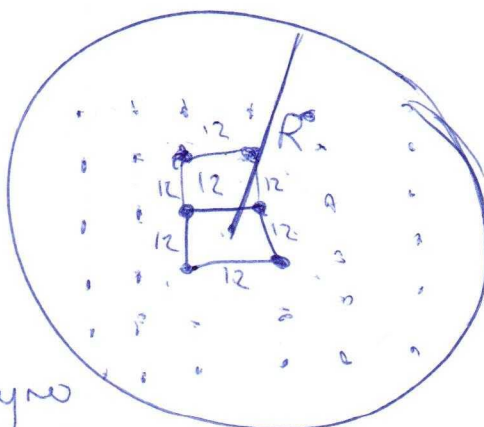
ответ на
вопрос задан?

З3

Роща с радиусом $R = 258 \text{ м}$

$$l = 12 \text{ м}$$

① Рассмотрим рощу.
 $S_p = \pi \cdot R^2 = 3,14 \cdot 258^2 \text{ м}^2$



② Стои деревья ~~в~~
заняли минимально
площадь, они должны
стоять в вершинах квадрата, стороной $l = 12 \text{ м}$

4 дерева занимают 12^2 м^2

16 деревьев = $9 \cdot 12^2 \text{ м}^2$

20 деревьев = $12 \cdot 12^2 \text{ м}^2$

25 деревьев = $16 \cdot 12^2 \text{ м}^2$

36 деревьев = $25 \cdot 12^2 \text{ м}^2$

n^2 деревьев = $(n-1)^2 \cdot 12^2 \text{ м}^2$

1

Поэтому 2018 деревьев будут занимать $2017^2 \cdot 12^2 \text{ м}^2$, что
гораздо больше $S_{\text{рощи}} \Rightarrow$ деревьев в роще < 2018 , т.е.

24

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

Равносильный переход

$$\sqrt{g(x)} = f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) = f^2(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^3 - x^2 - x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x(x^2 - x - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 4 = 5 \\ x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

8

25

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3} \leftarrow \text{Док-Т6}$$

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{\sin^4 \alpha + 1 - 2\sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + 1 - 3\sin^2 \alpha + 3\sin^4 \alpha - \sin^6 \alpha - 1}$$

$$\frac{\sin^4 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)^2 - 1}{\sin^6 \alpha + (1 - \sin^2 \alpha)^3 - 1} =$$

$$= \frac{-2\sin^2 \alpha + 2\sin^4 \alpha}{-3\sin^2 \alpha + 3\sin^4 \alpha} = \frac{2\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1)}{3\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1)} =$$

$= \frac{2}{3}, \text{ з.т.г}$

8

57

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 7 \leq 0 \\ x \leq 11 \\ x^2 - 9x + 18 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 7 \\ x \leq 11 \\ 3 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [3; 6] \checkmark$$

Возведем в квадрат (неравенственный переход)

$$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 2\sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)} \geq 9x - x^2 - 18$$

$$22 - 2x \geq 2\sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)}$$

$$x(11-x) \geq x\sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)} \quad \text{Возведем в квадрат.}$$

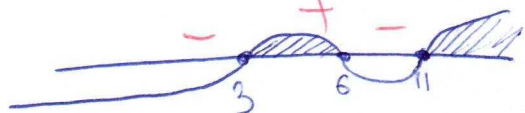
$$(11-x)^2 \geq (11-x)(8x-x^2-7)$$

$$(11-x)(11-x-8x+x^2+7) \geq 0$$

$$(11-x)(x^2-9x+18) \geq 0$$

$$(11-x)(x-6)(x-3) \geq 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$(x-11)(x-6)(x-3) \leq 0 \quad +$$



$$x \in [3; 6] \vee [11; +\infty) \Rightarrow x \in [3; 6]$$

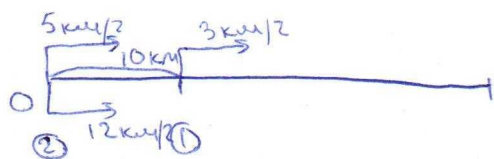
$$\text{ОДЗ: } x \in [3; 6]$$

Ответ: $x \in [3; 6]$

у нас-2
возвед-2
в квадрат

6

56



12

 Скорость сближения людей = $5 - 3 = 2$ км/ч.

$$t = \frac{10}{2} = 5 \text{ ч}$$

 Всё это время оса летела непрерывно с постоянной скоростью $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{\text{оса}} = v_{\text{оса}} \cdot t = 12 \cdot 5 = 60 \text{ км}$$

Ответ: 60 км

58

 ОЗ: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

$$\textcircled{1} \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos y} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \sin y \\ -\frac{\sin^2 x}{\cos x} = \cos y \end{cases} \div$$

$$\textcircled{2} \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin y}{\cos y} \Leftrightarrow \text{ctg}^2 x = \text{tg} y$$

$$\textcircled{2} \cos y = \pm \sqrt{1 - \sin^2 y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \pm \sqrt{1 - \frac{\cos^4 x - 2\cos^2 x + 1}{\cos^2 x}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x - \cos^4 x - 2\cos^2 x + 1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} = -\cos^2 x - 1 + \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - 1 = \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} - 1 = \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \text{Т.к. } \cos^2 x = 0 \text{ - не явл. решением, то можно домножить на } \cos^2 x.$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = 1 \Leftrightarrow \text{ctg}^2 x = 1 \Leftrightarrow \text{ctg} x = \pm 1$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

32305

§8 (продолжение)

$$③ \operatorname{ctg} x = \pm 1 \Rightarrow \operatorname{tg} y = \operatorname{ctg}^3 x = \pm 1$$

$$1) \begin{cases} \operatorname{ctg} x = 1 \\ \operatorname{tg} y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \operatorname{ctg} x = -1 \\ \operatorname{tg} y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z} \\ y = -\frac{\pi}{4} + \pi l, l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi k), n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$

$(\frac{3\pi}{4} + \pi m; -\frac{\pi}{4} + \pi l), m \in \mathbb{Z}, l \in \mathbb{Z}$

§10

$$① (4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33 - 13a > 0$$

$x - ?$

$$1 < a < 3$$

$$\Delta = (13a-27)^2 - 4(4-2a)(33-13a) = 169a^2 - 26 \cdot 27a + 27^2 - 16 \cdot 33 + 8 \cdot 33a + 13 \cdot 16a - 8 \cdot 13a^2 = 65a^2 - 149a - 201$$

$$4x^2 - 2ax^2 + 13ax - 27x + 33 - 13a > 0$$

$$a(-2x^2 + 13x - 13) + 4x^2 - 27x + 33 > 0$$

$$a > \frac{4x^2 - 27x + 33}{2x^2 - 13x + 13} \quad ①$$

$$② 2x^2 - 13x + 13$$

$$\Delta = 65$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{65}}{4}$$

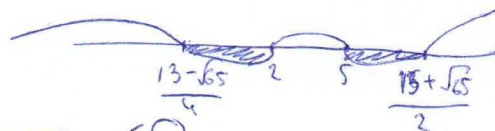
$$\frac{13 + \sqrt{65}}{4} \approx 5,1$$

$$\frac{13 - \sqrt{65}}{4} \approx 1,2$$

$$② a = 1$$

$$① \frac{2x^2 - 14x + 20}{2x^2 - 13x + 13} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-5)(x-2)}{(x - \frac{13 + \sqrt{65}}{4})(x - \frac{13 - \sqrt{65}}{4})} < 0$$





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



510 (продолжение)

③ $a = 3$

$$\frac{4x^2 - 27x + 33 - 6x^2 + 39x - 39}{2x^2 - 13x + 13} < 0$$

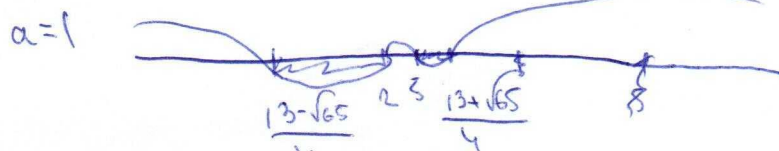
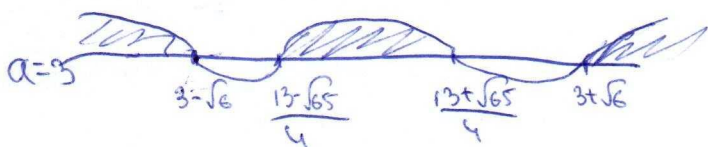
$$\frac{-2x^2 + 12x - 6}{2x^2 - 13x + 13} < 0$$

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{\left(x - \frac{13 + \sqrt{65}}{4}\right)\left(x - \frac{13 - \sqrt{65}}{4}\right)} > 0$$

$$D = 36 - 12 = 24 = 6 \cdot 4 = 2^2 \cdot 6.$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 3 \pm \sqrt{6}.$$

$$\frac{(x - (3 + \sqrt{6}))(x - (3 - \sqrt{6}))}{\left(x - \frac{13 + \sqrt{65}}{4}\right)\left(x - \frac{13 - \sqrt{65}}{4}\right)} > 0$$



$x \in \left(\frac{13 - \sqrt{65}}{4}; 2\right) \cup \left(5; \frac{13 + \sqrt{65}}{4}\right)$

ОТБЕЖ

6

$$\begin{aligned} & 3 + \sqrt{6} \sqrt{\frac{13 + \sqrt{65}}{4}} \\ & 12 + 4\sqrt{6} \sqrt{13 + \sqrt{65}} \\ & 4\sqrt{6} - 1 \sqrt{\sqrt{65}} \\ & 96 - 8\sqrt{6} + 1 \sqrt{65} \\ & 97 - 8\sqrt{6} \sqrt{65} \\ & 32 \sqrt{8\sqrt{6}} \\ & 32^2 \sqrt{64 \cdot 6} \\ & > \end{aligned}$$

$$\begin{cases} f(1) \geq 0 \\ f(3) \geq 0 \end{cases}$$

$3 + \sqrt{6}$