



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

32318

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ, Москва
им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	—	12	12	16	2	—	62	шестьдесят два	<i>[Signature]</i>

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + \sqrt[0]{(0,2)^{-4}} \cdot \sqrt[0]{1} + (64^{-\frac{1}{3}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^{-4} \cdot 5^4 + 64^{\frac{1}{3}}}{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}} \cdot 1 \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{3+1+4}{4+2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{6} \cdot \frac{6}{10} = 0,8$$

$$A = \frac{B}{0,1} = 8$$

Ответ: $A = 8$

4

№4.

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$$

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - 1 = \frac{1}{4}x \quad / \cdot 4$$

$$4\sqrt{1-x^2} - (x+4) = 4(\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}) \quad \uparrow^2 \text{ (с последующей проверкой!)} \quad \checkmark$$

$$16 - 16x^2 - 8(x+4)\sqrt{1-x^2} + (x+4)^2 = 16(1-x + 1+x - 2\sqrt{1-x^2})$$

$$-15x^2 - 8\sqrt{1-x^2}(x+4) + 8x + 32 = 32 - 32\sqrt{1-x^2}$$

продолжение
на 2 листе

1

$$32 \sqrt{1-x^2} - 8 \sqrt{1-x^2} (x+4) = 15x^2 - 8x$$

$$8 \sqrt{1-x^2} (4-x-4) = (15x-8)x \quad / \cdot (-1)$$

$$(8 \sqrt{1-x^2} + 15x - 8) x = 0$$

$$\boxed{x=0}$$

$$8 \sqrt{1-x^2} = 8 - 15x \quad / : 8 \quad (1)$$

$$(1) \sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{15}{8}x \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 = 1 - \frac{15}{4}x + \frac{225}{64}x^2 \\ 1 - \frac{15}{8}x \geq 0 \end{cases} \quad (x \leq)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{225+64}{64} x - \frac{15}{4} \right) x = 0 \\ x \leq \frac{8}{15} \end{cases} \quad (x \leq)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ \left[\frac{289}{64} x = \frac{15}{4} \right] \end{cases} \\ x \leq \frac{8}{15} \end{cases} \quad (x \leq) \quad \begin{cases} x \leq 0 \\ x = \end{cases}$$

ШИФР

32318

$$32 \sqrt{1-x^2} - 8 \sqrt{1-x^2} (x+4) = 15x^2 - 8x$$

$$8 \sqrt{1-x^2} (4-x-4) = (15x-8)x \quad | \cdot (-1)$$

$$(8 \sqrt{1-x^2} + 15x - 8)x = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 \sqrt{1-x^2} = 8 - 15x \quad | : 8 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \quad \sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{15}{8}x \quad (<=)$$

$$\begin{cases} 1-x^2 = 1 - \frac{15}{4}x + \frac{225}{64}x^2 \quad (<=) \\ 1 - \frac{15}{8}x \geq 0 \end{cases}$$

$$(<=) \quad \begin{cases} \left(\frac{225-64}{64}x - \frac{15}{4} \right)x = 0 \\ x \leq \frac{8}{15} \end{cases}$$

$$(<=) \quad \begin{cases} \begin{cases} x \leq 0 \\ \frac{289}{64}x = \frac{15}{4} \end{cases} \\ x \leq \frac{8}{15} \end{cases} \quad (<=)$$

$$(<=) \quad \begin{cases} \begin{cases} x \leq 0 \\ x \leq \frac{240}{289} \end{cases} \\ x \leq \frac{8}{15} \end{cases}$$

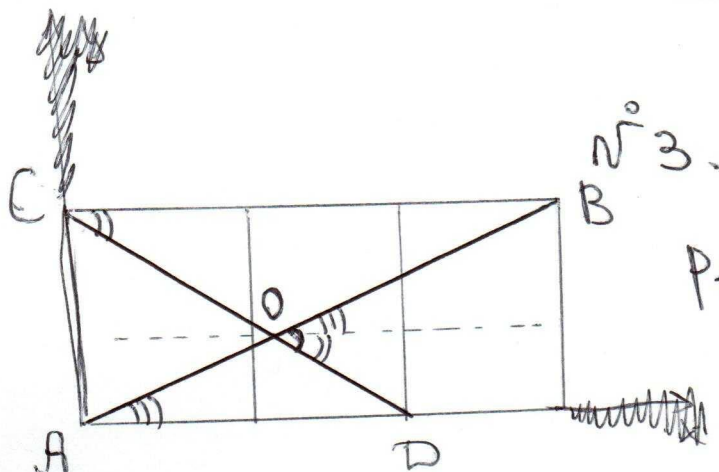
$(<=)$

$$\boxed{x = 0}$$

Проверка: $(\sqrt{1+0} - 1)(\sqrt{1-0} + 1) = \frac{1}{4} \cdot 0$
 $0 = 0 \Rightarrow 0$ - корень

Ответ: 0

✓ 8



$\angle BOD = ?$

Решение: $\tan \angle BAD = \frac{1}{3}$
 $\tan \angle BCD = \frac{1}{2}$

$$\tan \angle BOD = \tan(\angle BCD + \angle BAD)$$

$$\tan \angle BOD = \tan(\angle BCD + \angle BAD) =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow \angle BOD = 45^\circ$$

Ответ: 45°

✓ 4

№ 2.

$\frac{V}{P} = t$, где V - объем, P - производительность $[\frac{м^3}{ч}]$, t - время $[ч]$
Пусть производительность насосов = P ;

1^{ая} бранча : $T_1 = \frac{V_1}{P} + \frac{\frac{1}{3}V_2}{P}$; $T_1 = 11$ ✓

2^{ая} бранча : $T_2 = \frac{V_1}{\frac{3}{4}P} + \frac{\frac{1}{4}V_2}{\frac{1}{4}P}$; $T_2 = 18$

$\frac{V_2}{\frac{3}{4}P} - ?$

Если учесть, что t_1 - время, за кот. 4 насоса
затопит V_1 , а t_2 - время, за кот. 4 насоса затопит V_2 ,
имеем:

$$\begin{cases} 11 = t_1 + \frac{1}{3}t_2 \quad / \cdot 3 \\ 18 = \frac{4}{3}t_1 + t_2 \end{cases}$$

$\frac{4}{3}t_2 - ?$

$$\begin{cases} 33 = 3t_1 + t_2 \\ 18 = \frac{4}{3}t_1 + t_2 \end{cases}$$

$$15 = \frac{5}{3}t_1 \Rightarrow t_1 = 9 \text{ ч}$$

$$33 = 27 + t_2 \Rightarrow t_2 = 6 \text{ ч}$$

$$\frac{4}{3}t_2 = 8 \text{ ч}$$

Ответ: 8 ч. ✓

(4)

(3)

ШИФР

32318

№ 7

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \quad \uparrow^2$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x \in [1; 5] \\ x \leq 3,5 \\ x \in [2; 6] \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$x \in [2; 3,5]$$

$$\begin{cases} 6x - x^2 - 5 + 7 - 2x - 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \geq 8x - x^2 - 12 \quad (1) \\ 6x - x^2 - 5 \geq 7 - 2x \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad x^2 - 8x + 12 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 6] (\in \text{ОДЗ})$$

$$(1) \quad 4x + 2 - 2\sqrt{42x - 12x^2 - 7x^2 + 2x^3 - 35 + 10x} \geq 8x - 12$$

$$2\sqrt{2x^3 - 19x^2 + 52x - 35} \leq 14 - 4x$$

$$\sqrt{2x^3 - 19x^2 + 52x - 35} \leq 7 - 2x \quad \Leftrightarrow$$

≥ 0 no ОДЗ! ≥ 0 no ОДЗ!

~~$2x^3 - 19x^2 + 52x - 35 \leq (7 - 2x)^2$~~
 ~~$2x^3 - 19x^2 + 52x - 35 \leq 49 - 28x + 4x^2$~~

~~Можно~~

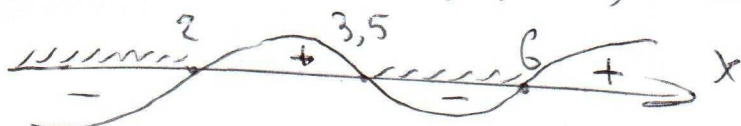
~~Можно~~

$$\Leftrightarrow (7 - 2x)(6x - x^2 - 5) - (7 - 2x)^2 \leq 0$$

$$(7 - 2x)(6x - x^2 - 5 - 7 + 2x) \leq 0$$

$$(x - 3,5)(8x - x^2 - 12) \geq 0$$

$$(x - 3,5)(x - 6)(x - 2) \leq 0$$



Учитывая ОДЗ:

$$\text{Ответ: } x = 2; 3,5$$

12

4

ШИФР

32318

№6.

Собака бегала с одной и той же скоростью всё то время, пока мальчики не встретились $\Rightarrow$
 $\Rightarrow S_c = V_c t$, где V_c - скорость собаки, а t - время [пути собаки] ~~до~~ встречи мальчиков ($t_0 = 0$)

$$t = \frac{S_{AB}}{V_{cdn}}, \text{ где } V_{cdn} = V_1 + V_2$$

$$S_c = V_c \cdot \frac{S_{AB}}{V_1 + V_2}$$

$$S_c = 15 \cdot \frac{75}{12+13} = 45 \text{ км}$$

№8.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x + \cos x + \cos y - 1 = 0 \\ \cos^2 x = \sin x - \cos y \\ \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x + \cos x + \cos y - 1 = 0 \quad (1) \\ \cos^2 x = \sin x - \cos y \quad (2) \\ \cos x > 0 \end{cases}$$

(2) в (1):

$$\sin x + \cancel{\cos y} + \cos x + \cancel{\cos y} = 1$$

$$\sin x + \cos x = 1 \quad / \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

где $\cos x \geq 0$!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ 0 = 1 - \cos y \Rightarrow \cos y = 1 \Rightarrow y = 2\pi l, l \in \mathbb{Z} \\ x = 2\pi k \\ 1 = 0 - \cos y \Rightarrow \cos y = -1 \Rightarrow y = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi l); (2\pi k; \pi + 2\pi m). \\ k, l, m, n \in \mathbb{Z}$$

(16)

(5)



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

32318.

№ 9

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = 999999$$

$$x+2014 = t; t \neq 0; -1; -2; -3; -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = 999999$$

$$\begin{aligned} & ((t+2)(t+3)(t+4) + (t+1)(t+4)(t+3)t) + ((t+1)(t+4)t + \\ & + (t+1)(t+2)t) = t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4) \cdot 999999 \\ & (t+3)(t+4)(2t+2) + (t+1)t(2t+6) = t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4) \cdot 999999 \\ & (t+1)(t+3)(2t+8+2t) = t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4) \cdot 999999 \end{aligned}$$

$$4(t+2) = t(t+2)(t+4) \cdot 999999$$

$$4 = t(t+4) \cdot 999999 \quad / : 999999$$

$$\frac{4}{999999} = t(t+4)$$

$$\frac{4}{999999} = t(t+4)$$

$$\begin{aligned} t &= 0 \\ t &= -4 \end{aligned}$$

не подходит

ответ:
нет решений

$$t^2 + 4t - \frac{4}{999999} = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 + \frac{4^2}{999999^2} =$$

2

6