



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ОЛИМПИАДНАЯ РАБОТА

ШИФР

384

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Дисциплина	М	А	Т	Е	М	А	Т	И	К	А								
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Фамилия	С	Т	О	Л	Я	Р	Ч	У	К									
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Имя	И	В	А	Н														
-----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Отчество	М	И	Х	А	Й	Л	О	В	И	Ч								
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

№ школы	3	3																
---------	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Населенный пункт	В	О	Л	Г	О	Г	Р	А	Д									
------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Номер варианта	7		
----------------	---	--	--

Класс 11 Вариант 7 Дата Олимпиады 11.02.2017.

Площадка написания МГТУ им. Н.Э.Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	10	15	—	20	85	восемьдесят пять	

7) $\frac{\lg 2 + \lg(2^x + 1)}{2} = \lg(2^x - 1)$

$\lg(2(2^x + 1)) = \lg(2^x - 1)^2$

$2 \cdot 2^x + 2 = 2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 1$

$2^{2x} - 4 \cdot 2^x - 1 = 0$

$D = 16 + 4 = 20$

$2^x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$

$2^x = 2 + \sqrt{5}$

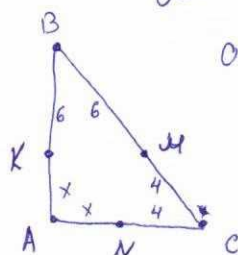
$2^x = 2 - \sqrt{5}$ ✓

$x = \log_2(2 + \sqrt{5})$

∅, т.к. $\sqrt{5} > 2$

Ответ: $\log_2(2 + \sqrt{5})$ ✓

8)



ОДЗ: $\begin{cases} 6+x < 10 \\ 4+x < 10 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 0 \end{cases}$

$(6+x)^2 + (4+x)^2 = 10^2$ ✓
 $36 + 12x + x^2 + 16 + 8x + x^2 = 100$

$2x^2 + 20x - 24 = 0$

$D = 100 + 96 = 196 = 14^2$

$x = \frac{-10 \pm 14}{2} = \begin{cases} 2 \\ -12 \end{cases}$ -12 - не соот.

Ответ: $x = 2$ ✓

10) $A = \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$

$A^3 = 4 - 3(\sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2})$

$A^3 - 3A = 4 - 3(\sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2}) + 3(\sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} + 2}) = 4$

Ответ: 4. ✓

1) $(x-1)(x-3)(x-5) = x(x^2-9)$

$$(x-3)((x-1)(x-5) - x(x+3)) = 0$$

$$(x-3)(x^2-6x+5-x^2-3x) = 0$$

$$(x-3)(5-9x) = 0$$

$$x-3=0 \quad 5-9x=0$$

$$x=3 \quad x=\frac{5}{9}$$

Ответ: 3 ; $\frac{5}{9}$ ✓

2) $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2$

ОДЗ: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3x+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \geq -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x \geq 1$

$$3x+1 = 4 - 4\sqrt{x-1} + x-1$$

$$4\sqrt{x-1} = 2 - 2x \quad | :2$$

$$2\sqrt{x-1} = 1-x$$

$$4x-4 = 1-2x+x^2$$

$$x^2-6x+5=0$$

$$D = 36-20=16$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$$

Ответ: 1, 5

Проверка:

$x=1$: $\sqrt{0} + \sqrt{4} = 2$ - верно

$x=5$: $\sqrt{4} + \sqrt{16} = 2$ - неверно ✓

Ответ: 1.

3) $\frac{2^{x+2}}{x+1} \geq \frac{3^{x+1}}{x+2}$

$$\frac{2x+4-3x-3}{(x+1)(x+2)} \geq 0$$

$$\frac{(1-x)}{(x+1)(x+2)} \geq 0$$

Решу нер-во мет. интервалов:

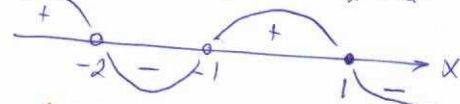
Найду нули:

$$1-x=0 \quad x+1=0 \quad x+2=0$$

$$x=1$$

$$x=-1$$

$$x=-2$$



$$x \in (-\infty, -2) \cup [-1, 1]$$

Ответ: $(-\infty, -2) \cup [-1, 1]$



$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ H

4) $\log_3 x + \log_3 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$
 $\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x + \frac{1}{3} \log_3 x = \frac{11}{12}$

ОДЗ: $x > 0$

$\frac{11}{6} \log_3 x = \frac{11}{12} \quad | \cdot \frac{6}{11}$

$\log_3 x = \frac{1}{2}$

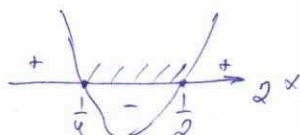
$x = \sqrt{3}$

Ответ: $\sqrt{3}$ ✓

5) $8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x$
 $8 \cdot 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 1 \leq 0$

$D = 36 - 32 = 4$

$2^x = \frac{6 \pm 2}{16} = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right]$



$2^x \geq \frac{1}{4} \quad 2^x \leq \frac{1}{2}$ ✓

$2^x \geq 2^{-2} \quad 2^x \leq 2^{-1}$

$x \geq -2 \quad 2^x \leq -1$

$x \in [-2; -1]$ ✓

Ответ: $[-2; -1]$

Дано:

6) $\begin{array}{l} \text{Сиб} = 17 - 13 - ? \\ A = ? \\ 17 = \frac{3}{2} \cdot \text{Сиб} - ? \\ \text{Сиб} = 2 \cdot A - ? \\ \text{Всего} = 77 \end{array}$

Решение:

Пусть A будет x кошек, тогда $\text{Сиб} = 2x$ кошек, $17 = 3x$ кошек,

$\text{Сиб} = (3x - 13)$ кошек. Всего было 77 кошек. Составлю и решу уравнение

$3x - 13 + x + 3x + 2x = 77$

$9x = 90$

$x = 10 \quad A = 10; \text{Сиб} = 20; 17 = 30; \text{Сиб} = 17.$

Ответ: английских - 10;

сибирских - 20;

корсикских - 30;

сибирских - 17. ✓