



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

202 83

Класс

9

Вариант

1-2

Дата Олимпиады

10.02.2018

Площадка написания

КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	0	5	5	5	5	5	3	0	347	триста сорок семь	Белу- сеев Владимир

N1. $4 \cdot \frac{3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6}}{1,5}$

$$4 \cdot \frac{3\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6}}{1,5} = 4 \cdot \left(\frac{11\frac{2}{3}}{3} - \frac{13}{6} \right) : 1,5 = 4 \cdot \left(\frac{22}{6} - \frac{13}{6} \right) : 1,5 = 4 \cdot \frac{9}{6} : 1,5 = 4 \cdot 1,5 : 1,5 =$$

= 4.

Ответ: 4

N2. Пусть x км/ч - начальная скорость автомобиля, а y км - расстояние от А до В. Составим схему, где пункт I - до увеличения скорости, а пункт B^{II} - после увеличения скорости.

	S, км	v, км/ч	t
I	$2,5x$	x	$2,5x$
II	$2(x+20)$	$x+20$	$2x$

Составим уравнение:

$$2(x+20) = 2,5x + 15,$$

$$2x + 40 = 2,5x + 15;$$

$$0,5x = 25,$$

$$x = 50 \text{ (км/ч)}$$

$$y = 2,5 \cdot 50 = 125 \text{ км}$$

Ответ: 140 км. Ст. от

N4. $\sqrt{2x-3} < 3$



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20283

$$\begin{cases} 2x - 3 < 9, \\ 2x - 3 \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < 12, \\ 2x \geq 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 6, \\ x \geq 1,5. \end{cases}$$

Решением является двойное неравенство $1,5 \leq x < 6$.
Наименьшим целым решением является число 2.

Ответ: 2

$$\text{V 5. } \frac{4-x}{4x+5} \leq -2; \quad \text{O.D.3. } 4x+5 \neq 0,$$

$$4x \neq -5,$$

$$x \neq -\frac{5}{4},$$

$$x \neq -1,25$$

$$\frac{4-x}{4x+5} + 2 \leq 0,$$

$$\frac{4-x}{4x+5} + \frac{2(4x+5)}{4x+5} \leq 0,$$

$$\frac{4-x+2(4x+5)}{4x+5} \leq 0,$$

$$\frac{4-x+8x+10}{4x+5} \leq 0,$$

$$\frac{7x+14}{4x+5} \leq 0$$

~~Приводим~~ Приравняем числитель и знаменатель дроби к нулю
и находим решение методом интервалов.

$$\frac{14+7x}{4x+5} = 0.$$

Нули числителя:

$$14+7x=0;$$

$$7x=-14,$$

$$x=-2$$

Нули знаменателя:



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

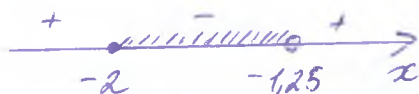
$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ H_2O

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20283

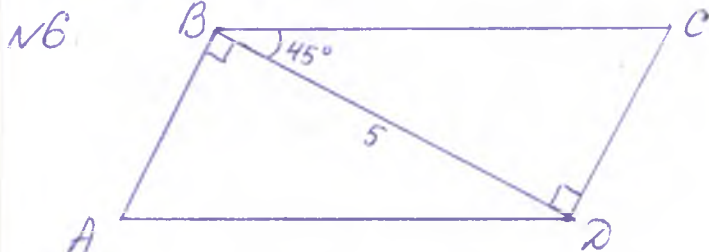
$x = -1,25$



$x \in [-2, -1,25)$

Есть только одно целое решение: -2.

Ответ: 1.



Дано: $ABCD$ - параллелограмм,
 $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$, $BD = 5$.

Найти: S_{ABCD} - ?

Решение:

Рассмотрим $\triangle CBD$. По условию диагональ BD делит угол параллелограмма $ABCD$ на 90° и $45^\circ \Rightarrow \angle CDB = 90^\circ$. Отсюда следует, что $\triangle CBD$ - прямоугольный по условию. $\angle CBD + \angle CDB + \angle BCD = 180^\circ$ по теореме, значит, $\angle BCD = 180^\circ - \angle CDB - \angle CBD = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. Получаем, что $\angle BCD = \angle CBD = 45^\circ \Rightarrow \triangle CBD$ - равнобедренный, следовательно, $CD = BD = 5$. А так как CD - сторона параллелограмма, то $BA = CD = 5$ по определению.

Рассмотрим параллелограмм $ABCD$. Так как $\angle ABD = 90^\circ$ (по условию), то $S_{ABCD} = AB \cdot BD = 5 \cdot 5 = 25$.

Ответ: $S_{ABCD} = 25$.

N7. $\sqrt{-x^2 - x + 12} = 3x - 9$

Переходим к системе:

$$\begin{cases} 3x - 9 \geq 0, \\ -x^2 - x + 12 \geq 0, \\ -x^2 - x + 12 = (3x - 9)^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \geq 9, \\ -x^2 - x + 12 \geq 0, \\ -x^2 - x + 12 = 9x^2 - 54x + 81, \end{cases}$$

$10x^2 - 55x + 69 \geq 0$ (1)



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20283

Решим (2) ^{неравенство} ~~уравнение~~ системы:

$$x^2 + x - 12 \leq 0;$$

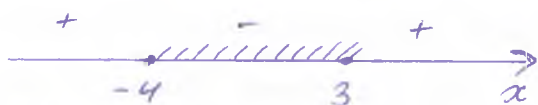
Приравняем левую часть к нулю и воспользуемся методом интервалов:

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49, D > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + 7}{2} = 3,$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - 7}{2} = -4.$$



$$x \in [-4; 3]$$

Решим (3) уравнение системы:

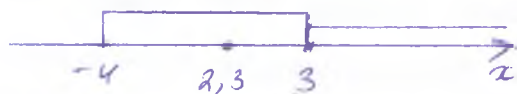
$$10x^2 - 53x + 69 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac = 53^2 - 4 \cdot 10 \cdot 69 = 2809 - 2760 = 49, D > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{53 - 7}{20} = \frac{46}{20} = \frac{23}{10} = 2,3,$$

$$x_2 = \frac{53 + 7}{20} = \frac{60}{20} = 3.$$

Общее решение системы:



$$x = 3$$

Ответ: 3

$$N8. \quad n^2 - 188n + 2752 < 0;$$

$$n^2 - 188n + 2752 = n^2 - 2 \cdot 94 \cdot n + 94^2 - 94^2 + 2752 = n^2 - 2 \cdot 94 \cdot n + 8836 - 6084 =$$

$$= (n - 94)^2 - 6084 = (n - 94)^2 - 78^2 = (n - 94 - 78)(n - 94 + 78) = (n - 172)(n - 16)$$

$$(n - 172)(n - 16) < 0$$

Приравняем к нулю и решим методом интервалов:

$$(n - 172)(n - 16) = 0$$



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

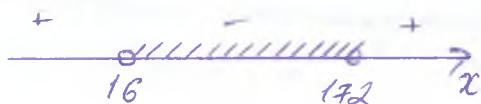
$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20283



$$x \in (16; 172)$$

Найдем сумму всех значений x кратного членом:

Для начала определим, что крайними являются 20 и 168.

Далее для полного решения представим сумму следующим

$$\text{образом: } A = 20 + 24 + 28 + 32 + \dots + 168 = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + \dots + 4 \cdot 42 =$$

$$= 4(5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + \dots + 24 + \dots + 40 + 41 + 42).$$

Стоит отметить, что посередине суммы чисел (из полного выражения) стоят 24 и 23 (так как при делении $\frac{42+5}{2}$ получаем 23,5). От них влево и вправо уходят пары чисел, в которых по 18 (то есть $23 - 5$ и $42 - 24$) чисел. Если эти два ряда сложить, то, зная свойства среднего арифметического, можно ~~вынести~~ сумму A получить 18 удвоенных чисел 23,5. Тогда получим формулу:

$$A = 18 \cdot 2 \cdot 23,5 \cdot 4 + 23,5 \cdot 24 = 3384 + 188 = 3572.$$

$$\text{Ответ: } 3431, 3478, 3572.$$

№ 10. Исходя из найденной выше закономерности так же находим сумму ^{Сум.} цифр всех цифр чисел от 10 до 1000: A .

Крайними значениями являются 10 и 1000, тогда посередине будет $(1000 - 10) : 2 + 10 = 495 + 10 = 505$. От него "влево" и "вправо" отходят ~~числа~~ 505 - 10 или 1000 - 505 = 495 чисел. Тогда сумма A записывается так: $A = 495 \cdot 2 \cdot 505 = 1010 \cdot 495 = 499950$.

$$\text{Ответ: } 499950, 500, 500455 \quad A = 495 \cdot 2 \cdot 505 + 505 = 499950 + 505 = 500455$$

№ 9. По данным составим таблицу, где А - Андрей, Б - Борис, В - Витя.

	А	Б	В
всего	$x+5$	x	x
1 день	y	y	$2y$
2 день	$3(y+2)$	$(y+2)$	$(y+2)$

Пусть x затрат - количество затрат, которое дали мальчишки, y - решенные задачи Анной и Борисом

в 1 день, 2 - на сколько больше решили Борис и Витя



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20283

Прочитай систему, так как все задачи за 1, 2 день и те которые
ошиблись в условии дают задачи, которые
изначально задачи:

$$\begin{cases} 2y + y + 2 + a = x, \\ 2y + y + 2 + a = y + y + 2 + 3a, \\ y + 3(y + 2) + 1 = x + 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + 2 + a = x, \\ y + 2 = 2a, \\ 4y + 3x - x = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + 2 + a = x, \\ y = 2a - 2, \\ x = 4y + 3x - 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + 2 + a = 4y + 3x - 4, \\ y = 2a - 2, \\ x = 4y + 3x - 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 + a - 2x, \\ y = 2a - 2, \\ x = 4y + 3x - 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 + a - 2x = 2a - 2, \\ y = 2a - 2, \\ x = 4y + 3x - 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - a, \\ y = 2a - 2, \\ x = 4y + 3x - 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - a, \\ y = 2a - 4 + a, \\ x = 4y + 3x - 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 - a, & (1) \\ y = 3a - 4, & (2) \\ x = 4y + 3x - 4 & (3). \end{cases}$$

Расширим последнее уравнение (3)
Выразим x через a :

$$x = 4(3a - 4) + 3(4 - a) - 4 = 12a - 16 + 12 - 3a - 4 = 9a - 8$$

Теперь обратим внимание на уравнение вех задач Бори:



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

20283

Приравниваем полученные для x уравнения:

$$9a - 8 = 8a - 4;$$

$$a = 4.$$

Теперь найдем искомое количество заданных A не задач:

$$x + 5 = 8a - 4 + 5;$$

$$x = 8a - 4 = 8 \cdot 4 - 4 = 32 - 4 = 28.$$

$$x + 5 = 28 + 5 = 33.$$

Ответ: 33