

ШИФР

9676

Класс 11 Вариант 5 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания ТИУ

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | 9  | 10 | $\Sigma$ |             | Подпись |
|--------|---|---|---|---|----|----|----|---|----|----|----------|-------------|---------|
|        |   |   |   |   |    |    |    |   |    |    | Цифрой   | Прописью    |         |
| Оценка | 5 | 5 | 5 | 5 | 10 | 10 | 10 | 0 | 10 | 20 | 80       | восемьдесят | Юны     |

Задача 1.

$$(x+1)(x+3)(x+5) = x(x^2-9)$$

$$x(x^2-9) - (x+1)(x+3)(x+5) = 0$$

$$x(x-3)(x+3) - (x+1)(x+3)(x+5) = 0$$

$$(x+3)(x(x-3) - (x+1)(x+5)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x^2-3x - (x^2+x+5x+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x^2-3x - x^2 - 6x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -\frac{5}{9} \end{cases}$$

Ответ:  $x = -3$ ;  $x = -\frac{5}{9}$  +

Задача 2.

$$\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$$

$$\sqrt{22-x} = 2 + \sqrt{10-x} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 22-x = (2 + \sqrt{10-x})^2 \\ 22-x \geq 0 \\ 10-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22-x = 4 + 4\sqrt{10-x} + 10-x \\ x \leq 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4\sqrt{10-x} = 8 \\ x \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{10-x} = 2 \\ x \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10-x = 4 \\ x \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x \leq 10 \end{cases} +$$

Ответ:  $x = 6$ .

Задача 3.

$$\frac{x^2+2}{x^2-1} < -2$$

$$\frac{x^2+2}{x^2-1} + 2 \leq 0$$

$$\frac{x^2+2 + 2x^2-2}{x^2-1} \leq 0$$



ОТРАСЛЕВАЯ  
ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

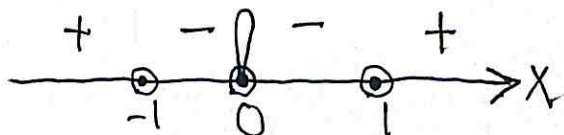
$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 9676

$$\frac{3x^2}{(x-1)(x+1)} \leq 0$$



0 - это корень четной кратности

Ответ:  $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$  +

Задача 4.

$$\lg(x-13) + 3\lg 2 = \lg(3x+1)$$

$$x > 13, x > -\frac{1}{3}$$

$$3\lg 2 = \lg 2^3 = \lg 8$$

$$\lg(x-13) + \lg 8 = \lg(3x+1)$$

$$\lg 8(x-13) - \lg(3x+1) = 0$$

$$\lg\left(\frac{8(x-13)}{3x+1}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8x-104}{3x+1} = 1 \\ \frac{8x-104}{3x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\frac{8x-104}{3x+1} - 1 = 0$$

$$\frac{8x-104-3x-1}{3x+1} = 0$$

$$\frac{5x-105}{3x+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-105=0 \\ 3x+1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 21 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Ответ:  $x = 21$ .

Задача 5.

$$5^{2x+1}$$

$$> 5^x + 4$$

$$5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 > 0$$

$$5^x = t, t > 0$$

$$5t^2 - t - 4 > 0$$

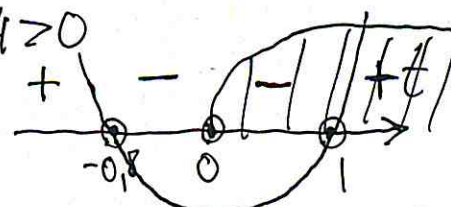
$$D = 1 + 80 = 81$$

$$t_1 = \frac{1+9}{10} = 1, t_2 = -0,8$$

$$5^x > 1$$

$$5^x > 5^0 \Rightarrow x > 0, \text{ т.к. } \varphi \uparrow$$

Ответ:  $x > 0$



ШИФР 9676

Задача 6.

первый  $x$  (40)  
 второй  $x-4$  (36)  
 третий  $x+3$  (43)

пусть в первом корпусе живет  $x$  человек, тогда во втором  $x-4$ , а в третьем  $x+3$ . Известно, что всего живет 119 человек в трех корпусах. тогда

$$x + x - 4 + x + 3 = 119$$

$$3x - 1 = 119$$

$$3x = 120$$

$$x = 40$$

Ответ: в первом живет 40 человек,  
 во втором корпусе 36, в третьем 43.

Задача 9.

$$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4} & (1) \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 3 & (2) \end{cases} \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \operatorname{tg} y = \frac{\sin y}{\cos y}$$

$$\frac{\sin x \cdot \sin y}{\cos x \cdot \cos y} = 3 \Rightarrow \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{4} \quad (3)$$

сложим (3) + (1):

$$\cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y = 1$$

$$\cos(x - y) = 1 \Rightarrow x - y = 2\pi n$$

$$x = y + 2\pi n$$

$$x = y$$

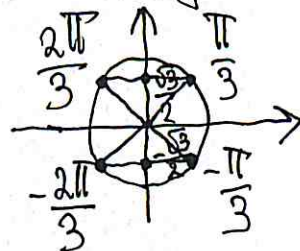
$$\sin^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + \pi k$$

Ответ:  $(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k)$

$(-\frac{\pi}{3} + \pi k; -\frac{\pi}{3} + \pi k)$





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

9676

Задача 7.

$$b_1; b_1 \cdot q; b_1 \cdot q^2; b_1 \cdot q^3; \dots; b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_1 = \frac{b_1}{1-q}$$

формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии

$$\frac{b_1}{1-q} = 3 \Rightarrow b_1 = 3 - 3q$$

$$b_1^2; b_1^2 \cdot q^2; b_1^2 \cdot q^4; b_1^2 \cdot q^6; \dots; b_1^2 \cdot q^{2n-2}$$

$$S_2 = \frac{b_1^2}{1-q^2}$$

формула суммы квадратов членов той же прогрессии

$$4,5 = \frac{3(1-q)^2}{1-q^2}$$

$$1 = \frac{2(1-q)^2}{(1-q)(1+q)}$$

$$2 - 2q = 1 + q \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

$$b_1 = 2$$

~~$$4,5 = \frac{3(1-q)^2}{1-q^2} \Rightarrow 4,5(1-q^2) = 3(1-q)^2 \Rightarrow 4,5 - 4,5q^2 = 3 - 6q + 3q^2 \Rightarrow 1,5 - 4,5q^2 = -6q + 3q^2 \Rightarrow 1,5 = 7,5q^2 - 6q \Rightarrow 1,5 = 7,5 \cdot \frac{1}{9} - 6 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow 1,5 = 0,83 - 2 \Rightarrow 1,5 = -1,17$$~~

$$b_1 = 4,5$$

~~$$\text{Ответ: } b_1 = 4,5; q = \frac{1}{2}$$~~

$$\text{Ответ: } b_1 = 2; q = \frac{1}{3}$$

Задача 10.

$$\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = X \quad ?3$$

$$X^3 = 9 + \sqrt{80} + 9 - \sqrt{80} + 3 \sqrt[3]{(9+\sqrt{80})^2 \cdot (9-\sqrt{80})} + 3 \sqrt[3]{(9-\sqrt{80})^2 \cdot (9+\sqrt{80})}$$

$$(9+\sqrt{80})^2 \cdot (9-\sqrt{80}) = (81 + 18\sqrt{80} + 80)(9-\sqrt{80}) = (181 + 18\sqrt{80})(9-\sqrt{80}) = 181 \cdot 9 - 181 \cdot \sqrt{80} + 18 \cdot 9 \cdot \sqrt{80} - 18 \cdot 80 = 1629 - 181 \cdot \sqrt{80} + 162 \cdot \sqrt{80} - 1440 = 189 - 19 \cdot \sqrt{80}$$

$$(9-\sqrt{80})^2 \cdot (9+\sqrt{80}) = (81 - 18\sqrt{80} + 80)(9+\sqrt{80}) = (161 - 18\sqrt{80})(9+\sqrt{80}) = 161 \cdot 9 + 161 \cdot \sqrt{80} - 18 \cdot 9 \cdot \sqrt{80} - 18 \cdot 80 = 1449 + 161 \cdot \sqrt{80} - 162 \cdot \sqrt{80} - 1440 = 9 + \sqrt{80}$$

$$X^3 = 18 + 3 \sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + 3 \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} \Rightarrow X^3 = 18 + 3X$$

$$X^3 - 3X - 18 = 0$$

ШИФР 9676

Одним из корней этого уравнения является  $x=3$ , тогда:

$$\begin{array}{r}
 x^3 - 3x - 18 \mid x-3 \\
 \underline{-(x^3 - 3x^2)} \phantom{-18} \\
 3x^2 - 3x - 18 \\
 \underline{-(3x^2 - 9x)} \\
 6x - 18 \\
 \underline{-(6x - 18)} \\
 0
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l} x-3 \\ x^2 + 3x + 6 \end{array} \right.$$

$$(x-3)(x^2 + 3x + 6) = 0$$

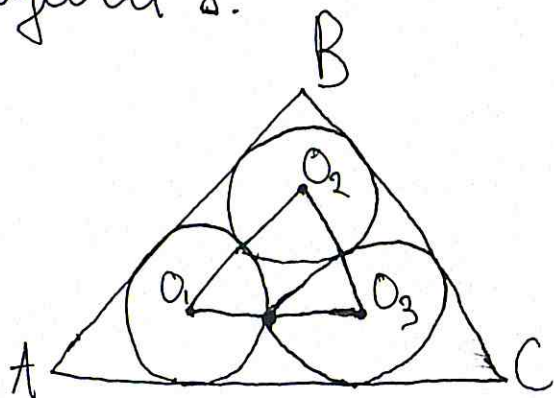
$$x^2 + 3x + 6 = 0$$

$$D < 0 \Rightarrow \emptyset$$

$$\Downarrow \\ x = 3$$

$$\text{Ответ: } \sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}} = 3 +$$

Задача 8.



~~Δ~~  $\triangle O_1 O_2 O_3$  - равносторонний  
 (т.к. мозаика наильнейшая  
 именно тогда, когда  
 каждая окружность касается  
 двух сторон треугольной  
 коробки и двух других окружностей.)

$$O_1 O_2 = 2r$$

$$S_{ABC} = 4\sqrt{3} + 6 \Rightarrow S_{O_1 O_2 O_3} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{O_1 O_2 O_3} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \Rightarrow a^2 = 16$$

$$a = \sqrt{16} \Rightarrow r = 2$$

Ответ:  $r = 2$