

ШИФР 30026

Класс 9 Вариант 1-1 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	5	5	5	3	5	0	43	сорок три	Без-
							10	7	15		32	тридцать два	Без-

$$1. \frac{5\frac{1}{3} - 4,1}{3\frac{2}{3}} = \frac{5,2 - 4,1}{\frac{11}{3}} = \frac{\frac{11}{10}}{\frac{11}{3}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Ответ: 0,3.

2. Пусть 1 бригада изготовила x станков. Тогда 2 изготовила $\frac{(100\% - 16\%)}{100} \cdot x = 0,85x$ станков, а третья $\frac{(100\% + 20\%)}{100} \cdot x = 1,2x$ станков. Все бригады вместе изготовили $0,85x + 1,2x + x$ станков. Составим уравнение:

$$0,85x + 1,2x + x = 366$$

$$3,05x = 366$$

$$x = \frac{36600}{305}$$

$$x = 120$$

Ответ: первая бригада изготовила 120 станков.

3. Упростим поочередно знаменатель и числитель дроби:

$$1) \sqrt{x^3} + \sqrt{xy^2} - \sqrt{x^2y} - \sqrt{y^3} = x\sqrt{x} + y\sqrt{x} - x\sqrt{y} - y\sqrt{y} = \sqrt{x}(x+y) - \sqrt{y}(x+y) = (x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$2) \sqrt[4]{y^5} + \sqrt[4]{x^2y} - \sqrt[4]{xy^2} - \sqrt[4]{x^3} = y\sqrt[4]{y} + x\sqrt[4]{y} - y\sqrt[4]{x} - x\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{y}(x+y) - \sqrt[4]{x}(x+y) = (x+y)(\sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x})$$

$$\frac{(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(x+y)(\sqrt[4]{y} - \sqrt[4]{x})} = \frac{\sqrt{81} - \sqrt{100}}{\sqrt[4]{100} - \sqrt[4]{81}} = \frac{9 - 10}{2,5 - 3} = \frac{-1}{-0,5} = 2$$

Ответ: -31.

$$4. \sqrt{5-3x} > 1$$

Решим неравенство: $5-3x \geq 0$, следовательно $x \leq \frac{5}{3}$.

П.к. обе части неравенства положительные, возведём их в квадрат и решим неравенство:



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30026

$$x < 1\frac{1}{2}$$

Наибольшим целым числом, удовлетворяющим неравенству, будет 1. +

Ответ: 1.

$$5. \frac{13-x}{6-2x} > 4$$

$$\frac{13-x}{6-2x} - 4 > 0$$

$$\frac{13-x-24+8x}{6-2x} > 0$$

$$\frac{7x-11}{6-2x} > 0$$

Решим неравенство методом интервалов:

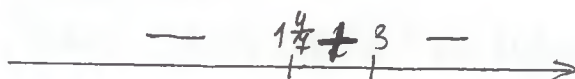
$$7x-11=0$$

$$x = 1\frac{1}{2}$$

$$6-2x=0$$

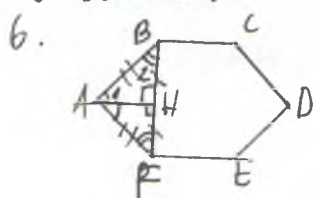
$$x=3$$

$$\frac{7x-11}{6-2x} > 0$$



На этой схеме указаны промежутки знакопеременности функции $y = \frac{7x-11}{6-2x}$. Знаменителем неравенства будет верным при $x \in (1\frac{1}{2}; 3)$. Единственным целым числом из этого интервала является 2. +

Ответ: 2.



Дано: $BF = 2\sqrt{3}$, $ABCDEF$ — правильный.
Найти P .

$\triangle ABF$ — равносторонний, т.к. $AB = AF$. Проведем высоту AH . Она будет являться и медианой, и биссектрисой $\triangle ABF$.

$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F = \frac{6-2}{6} \cdot 180^\circ = 120^\circ.$$

$$\angle 1 = \frac{\angle A}{2} = 60^\circ.$$

$\triangle ABH$ — прямоугольный. $\angle 2 = 30^\circ$. Пусть $AH = x$, тогда сторона равна $2x$, т.к. AH лежит на прямой угла в 30° . Выразим BH через сторону квадрата:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$BH = \sqrt{4x^2 - x^2} = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{abc}{a+b+c}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30026

$$AB = 2AH = 2\lambda = 2$$

$$P = 6 \cdot AB = 12.$$

Ответ: периметр правильного шестигранника равен 12.

$$4. \sqrt{-x^2 + 2x + 35} = -x - 5$$

РДЗ: 1) $-x - 5 \geq 0$, т.к. корень всегда ≥ 0 .

2) $-x^2 + 2x + 35 \geq 0$, т.к. подкоренное выражение не м.б. < 0 .

Возведём обе части уравнения в квадрат и решим его:

$$-x^2 + 2x + 35 = x^2 + 10x + 25$$

$$2x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D = 16 + 20 = 36$$

$$x = \frac{-4 \pm 6}{2}$$

$$x = 1; -5$$

Первый корень по РДЗ не подходит, а второй подходит.

Ответ: 5.

$$8. n^2 - 284n + 4252 < 0$$

Разложим уравнение $n^2 - 284n + 4252 = 0$ на множители по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 284 \\ x_1 x_2 = 4252 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1, x_2 = 284 \end{cases}$$

x_1 — чётное, x_2 — нечётное, т.к. 284 — нечётное.

$$7252 \mid 2$$

$$3626 \mid 2$$

$$1813 \mid 7$$

$$259 \mid 7$$

$$37 \mid 37$$

$$1$$

284 делится на 7, значит $x_1 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot x$, $x_2 = 7 \cdot x \cdot 37$.

$$x_1 = 28 \quad x_2 = 259$$

$$x_2 = 259$$

$$(n - 28)(n - 259) < 0$$

Методом интервалов найдём решение неравенства:

$$+ \quad 28 \quad - \quad 259 \quad +$$

$$n \in (28; 259)$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

ШИФР 30026

$S_{32} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 \cdot 35 + 4 \cdot (32-1)}{2} \cdot 32 = (70 + 124) \cdot 8 = 284 \cdot 8 = 2272$. Это и будет ответом, т.к. все члены прогрессии являются четными и находятся в интервале, чтобы обеспечить неравенству.

Ответ: 2272.

9. Составим таблицу с количеством, выделенных рублей на покупку, по дням:

	И	М	Т
1	2x	x	3x
2	$\frac{y}{2}$	$\frac{y}{2}$	y

Пусть z — количество купюр в подарке, тогда составим уравнения из условий задачи:

$$z - 2x - 0.5y = 8$$

$$z - x - 0.5y = 5(z - 3x - y)$$

Выразим z из 2 уравнения и подставим в 1:

$$z - x - 0.5y = 5z - 15x - 5y$$

$$4z - 14x - 4.5y = 0$$

$$z = \frac{14x + 4.5y}{4}$$

$$\frac{14x + 4.5y}{4} - 2x - 0.5y = 8 \quad | \cdot 8$$

$$28x + 9y - 16x - 4y = 64$$

$$12x + 5y = 64 \quad \text{Возможные натуральные решения этого уравнения — 2 и 8,}$$

$$x = \frac{64 - 5y}{12}$$

т.к. y будет д.ч. четным, $5y \geq 10$, значит $64 - 10 \leq 12x \leq 64$; число $54 \leq 12x \leq 64$ и делится на 12, при этом условием $x = 2$ т.к. если x будет равно 4 и более $12x$ не будет ≤ 64 .

Найдем z из уравнений:

$$z = 2x + 0.5y + 8$$

$$z = 2 \cdot 2 + 0.5 \cdot 8 + 8$$

$$z = 4 + 4 + 8$$

$$z = 16.$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30026

10. Все числа от 1 до 1000 можно представить в виде арифметической прогрессии, где $a_1 = 1, d = 1, a_{1000} = 1000$. Цифры 0 и 999 - по 27, 100 и 899 - по 27, 200 и 799 - по 27 ... 400 и 599 - по 27. Всего таких сумм 49.5. Значим $27 \cdot 49.5 + 1$ и есть ответ.

$$49.5 \cdot 27 + 1, \text{ т.к. } 1 + 0 + \dots + 0 = 1.$$

$$49.5 \cdot 27 + 1 = 6616.$$

Ответ : 6616.