

ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

15391

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания кнчтв

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	4	0	2	8	12	12	16	0	16	70	семьдесят	<i>[Signature]</i>

~1

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{3^3} + 5^4 \cdot \frac{1}{5^4} + 64^{\frac{1}{2}}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot 0,6 = \frac{3+1+8}{\left(2+\sqrt{3}+2\sqrt{3}+\sqrt{2-\sqrt{3}}+2-\sqrt{3}\right)} \cdot 0,6 = \frac{12}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{12}{6} \cdot 0,6 = 2 \cdot 0,6 = 1,2$$

1,2 - 10%
A - 100% $A = 1,2 \cdot 100 : 10 = 12$

Ответ: A=12

~2

с - пролив-ть канюков
V₁ - 100 танкер
V₂ - 200 танкер

$$\begin{cases} \frac{V_1 + \frac{V_2}{3}}{4\text{с}} = 11 \\ \frac{V_1}{3\text{с}} + \frac{V_2}{4\text{с}} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 + \frac{V_2}{3} = 44\text{с} \\ \frac{V_1 + \frac{3V_2}{4}}{3\text{с}} = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 + \frac{V_2}{3} = 44\text{с} \\ V_1 + \frac{3V_2}{4} = 54\text{с} \end{cases}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) V_2 = 10\text{с}$$

$$\frac{5}{12} V_2 = 10\text{с}$$

$$\frac{5V_2}{120\text{с}} = 1$$

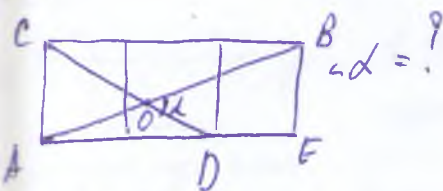
$$\frac{V_2}{24\text{с}} = 1$$

$$\frac{V_2}{30} = x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{V_2}{30}}{\frac{V_2}{24\text{с}}} = \frac{V_2 \cdot 24\text{с}}{V_2 \cdot 30} = 8$$

ШИФР 15391

~3



$$\left. \begin{array}{l} AD=2 \\ AC=1 \end{array} \right\} \Rightarrow CD = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\sin \angle ACD = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \angle ACD = \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\angle DCB = 90 - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\angle COB = 180 - (90 - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}}) - (90 - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}) = \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} + \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\angle \alpha = 180 - \angle COB = 180 - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Ответ: $\angle \alpha = 180 - \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} - \arcsin \frac{3}{\sqrt{10}}$

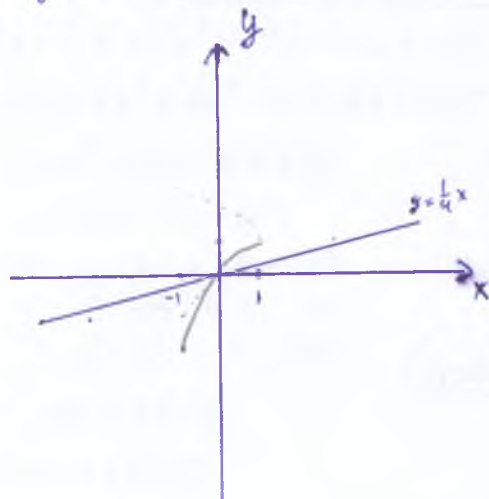
~4

$$(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1) = \frac{1}{4}x$$

$$\text{доп: } 1+x \geq 0 \quad 1-x \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x \leq 1 \\ x \geq -1 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in [-1; 1]$$

нарисуем схематический график



если $x \in [-1; 0)$, то

$$[-1; 0) \cdot [\sqrt{2}+1; 2] = [-\frac{1}{4}; 0)$$

можем заметить что график $(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)$ лежит ниже чем $\frac{1}{4}x$.

если $x \in (0; 1]$, то

$$(0; \sqrt{2}-1] \cdot (2; 1] = (0; \frac{1}{4}]$$

можем заметить, что график лежит выше чем $\frac{1}{4}x$.

если $x=0$, то

$$(\sqrt{1}-1)(\sqrt{1}+1) = \frac{1}{4} \cdot 0$$

$$0=0 \Rightarrow \underline{x=0}$$

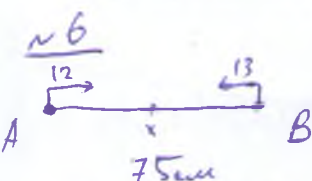
Ответ: $x=0$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15391



X - точка, где они встречаются

$$\frac{75-x}{12} = \frac{x}{13}$$

$$975 - 13x = 12x$$

$$25x = 975$$

$$x = 39$$

$$t = \frac{39}{13} = 3 \text{ ч}$$

пути
или по дороге
в течение 3х часов $\Rightarrow$
собака будет также
бежать в течение
3х часов. $\Rightarrow S = 3 \cdot 15 = 45 \text{ км}$

Ответ: 45 км

$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$$

$$-x^2+6x-5 \geq 0 \quad 7-2x \geq 0 \quad -x^2+8x-12 \geq 0$$

$$D=36-20=16 \quad 2x \leq 7 \quad D=64-48=16$$

$$x_1 = \frac{-6+4}{-2} = 1 \quad x \leq 3,5 \quad x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{-6-4}{-2} = 5 \quad x_2 = 6$$

eq 2:

$$-x^2+6x-5 - 2\sqrt{-x^2+6x-5} \sqrt{7-2x} + 7-2x \geq -x^2+8x-12$$

$$6x-5+7-2x-8x+12 \geq 2\sqrt{-7x^2+2x^3+42x-12x^2-35+10x}$$

$$-2x+7 \geq \sqrt{2x^3-19x^2+52x-35}$$

$$49-28x+4x^2 \geq 2x^3-19x^2+52x-35$$

$$2x^3-23x^2+80x-84 \leq 0$$

по схеме Горнера

с учетом eq 3

$$x=2$$

$$x=3,5$$

Ответ: $x=2$

$$x=3,5$$

$$2x^2-19x+42=0$$

$$D=361-336=25$$

$$x_1 = \frac{19-5}{4} = 3,5$$

$$x_2 = 6$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x - \cos y \geq 0 \\ \sin x \geq \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$\sin x = 1 - \cos x$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 - \cos x$$

$$1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$$

$$2\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

$$2\cos x(\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos y = \sin^2 x - \cos x$$

$$\cos y = -1 \Rightarrow y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos y = 1 \Rightarrow y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$1) x = 2\pi k; y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3) x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m; y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \quad (\text{не подходит по eq 3})$$

Ответ: 1) $x = 2\pi k; y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$2) x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15391

~~~ 10~~
 ~~$(2\alpha - 6)x^2 + (32 - 10\alpha)x - \alpha - 8 < 0$~~

~ 5
 $\text{tg } 15^\circ \cdot \text{tg } 25^\circ \cdot \text{tg } 35^\circ \cdot \text{tg } 85^\circ = 1$

$\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} \cdot \frac{\sin 25^\circ}{\cos 25^\circ} \cdot \frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ} \cdot \frac{\sin 85^\circ}{\cos 85^\circ} = 1$

$\frac{\sin 15^\circ \cdot \sin 85^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \cos 85^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ} = 1$

$\frac{\cos(35^\circ - 25^\circ) - \cos(35^\circ + 25^\circ)}{2} \cdot \frac{\cos(85^\circ - 15^\circ) - \cos(85^\circ + 15^\circ)}{2}$

$\frac{\cos(35^\circ + 45^\circ) - \cos(35^\circ - 45^\circ)}{2} \cdot \frac{\cos(85^\circ + 15^\circ) - \cos(85^\circ - 15^\circ)}{2} = 1$

$\frac{(\cos 10^\circ - \cos 80^\circ) \cdot (\cos 70^\circ - \cos 100^\circ)}{(\cos 60^\circ - \cos 10^\circ) \cdot (\cos 100^\circ - \cos 70^\circ)} = 1$

$\frac{-(\cos 60^\circ - \cos 10^\circ) \cdot (\cos 70^\circ - \cos 100^\circ)}{-(\cos 60^\circ - \cos 10^\circ) \cdot (\cos 70^\circ - \cos 100^\circ)} = 1$

$1 = 1$

~ 10

$(2\alpha - 6)x^2 + (32 - 10\alpha)x - \alpha - 8 < 0$

$\alpha = 2 \quad -2x^2 + 12x - 10 < 0$

$-x^2 + 6x - 5 < 0$

$D = 36 - 20 = 16$

$x_1 = \frac{-6 + 4}{-2} = 1$

$x_2 = \frac{-6 - 4}{-2} = 5$

$\alpha = 4$

$2x^2 - 8x - 12 < 0$

$x^2 - 4x - 6 < 0$

$D = 16 + 24 = (6\sqrt{10})^2$

$x_1 = \frac{4 - 3\sqrt{10}}{2} = 2 - \sqrt{10}$

$x_2 = \frac{4 + 3\sqrt{10}}{2} = 2 + \sqrt{10}$

