ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только ... обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15464

Класс 10 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	0	4	0	8	12	6	10	0	16	60	шестьдесят	

1) $B=\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}\cdot 27^{-3}+(0{,}2)^{-7}\cdot 25^{-2}+\left(64^{\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}+(2{,}017)^0\cdot\sqrt{0{,}36}=$

$=\dfrac{3^{10}\cdot 1}{(3^3)^3}+\dfrac{5^4\cdot 1}{(5^2)^2}+\sqrt[3]{64}$

$10\left(2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2\left(\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}\right)\right)\cdot 1\cdot 0{,}6=\dfrac{(3+1+4)\,6}{(4+2\sqrt{2^2-3})\,10}=$

$=\dfrac{8\cdot 6}{8\cdot 10}=0{,}8$

$A=10B=0{,}8\cdot 10=8.$

Ответ: $A=8$.

6) $S=75$ км

$V_{общ}=V_1+V_2=12+13=25$ км/ч – скорость сближения вело-ов

$t=\dfrac{S}{V_{общ}}=\dfrac{75}{25}=3$ ч – время, через которое вело-ты встретились

Собака двигалась постоянно, пока вело-ты не встретились $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ она тоже двигалась 3 часа $\Rightarrow$

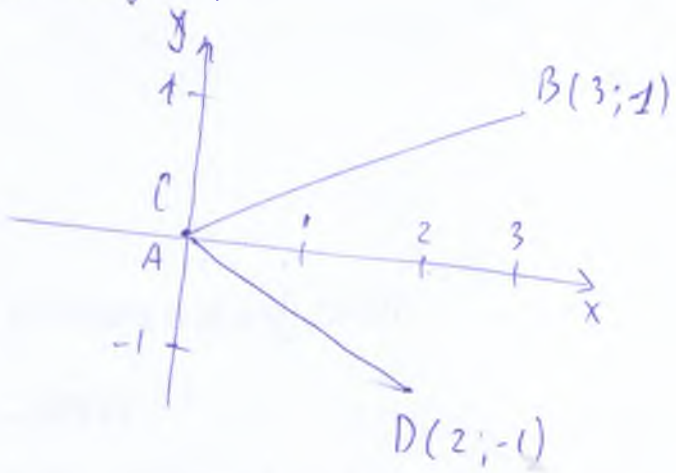
$S=V_{соб}\cdot t=15\cdot 3=45$ км

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15464

3) Перенесем фигуру в систему координат, таким образом, чтобы:
точка A - начало координат, тогда вектор CD тоже необходимо параллельным переносом сдвинуть к началу координат.



1) Тогда угол между векторами AB и CD и будет искомым:

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{(x_1^2+y_1^2)(x_2^2+y_2^2)}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$

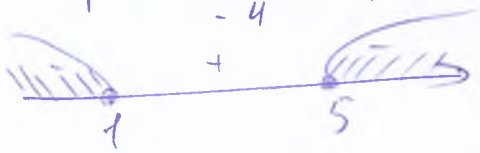
10) $2 < a < 4$

При $a = 2$:

$-2x^2 + 12x - 10 < 0$

$D = 144 - 80 = 64$

$x_{1,2} = \frac{-12 \pm 8}{-4} = 5; 1$

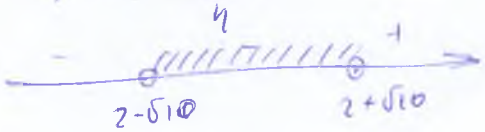


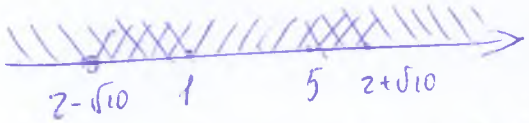
При $a = 4$:

$2x^2 - 8x - 12 < 0$

$D = 64 + 96 = 160$

$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{10}}{4} = 2 \pm \sqrt{10}$





$x \in (2-\sqrt{10}; 1) \cup (5; 2+\sqrt{10})$

Ответ: $x \in (2-\sqrt{10}; 1) \cup (5; 2+\sqrt{10})$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15464.

5) $\operatorname{tg}15^\circ \cdot \operatorname{tg}25^\circ \cdot \operatorname{tg}35^\circ \cdot \operatorname{tg}85^\circ = \frac{\sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 85^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ} =$

$= \frac{\frac{1}{4}\cdot(\cos 10 - \cos 40)(\cos 50 - \cos 120)}{\frac{1}{4}\cdot(\cos 10 + \cos 40)(\cos 5 + \cos 120)} = \frac{\cos 10\cdot\cos 50 - \cos 10\cdot\cos 120 - \cos 40\cos 50 + \cos 40\cdot\cos 120}{\cos 10\cdot\cos 50 + \cos 10\cos 120 + \cos 40\cdot\cos 50 + \cos 4\cdot\cos 120}$ *.

$\cos 10\cdot\cos 120 \neq \cos 40\cdot\cos 50 = \frac{1}{2}(\cos 130 + \cos 110) + \frac{1}{2}\cos 10 =$

$= \cos 130 + \cos 110 = 2\cdot\cos 120\cdot\cos 10 = -\cos 10$

$\cos 130 + \cos 110 + \cos 10 = \cos 10(1 + 2\cos 120) = \cos 10\cdot(1-1) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \operatorname{tg}15^\circ + \operatorname{tg}25^\circ \cdot \operatorname{tg}35^\circ \cdot \operatorname{tg}85^\circ = 1$. ч.т.д.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 15464

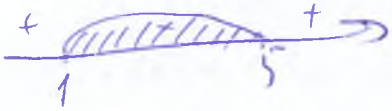
7) $\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$

$6x - x^2 - 5 \geq 0$

$x^2 - 6x + 5 \leq 0$

$D = 36 - 20 = 16$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} = 5, 1$



$x^2 - 8x + 12 \leq 0$

$D = 64 - 48 = 16$

$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{2} = 6; 2$



$7 - 2x \geq 0$

$x \leq 3,5$.



Следовательно учтено:

$[2; 3,5]$ удовлетворяет неравенству

Ответ: $x \in [2; 3,5]$

8) $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$

$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos x + \cos y + \sin x - \cos y = 1$

$\cos x + \sin x = 1$

$\cos x = 1 - \sin x$

$\cos x + \cos y = \sin^2 x$

$1 - \sin x + \cos y = \sin^2 x$

$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$

$1 - \cos^2 x = 1 - \sin x + \cos y$

$\cos^2 x = \sin x - \cos y$

$\sin x - \cos y = \sqrt{1 - \sin x} = \cos x$

$1 - \sin x = \sqrt{1 - \sin x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin x = 0$ или $\sin x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$; $x = \pi k, k \in Z$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$; $\pi k, k \in Z$.