



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$E = mc^2$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19540

Класс 11

Вариант 12

Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	4	0	2	0	8	0	16	16	16	62	шестьдесят две	<i>[Signature]</i>

1) Если $B = 0,1$, $\Rightarrow A = 10 \cdot B$. Тогда получим:

$$A = 10 \cdot B = \frac{10 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot \left(3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + \left(4^{3 - \frac{1}{9}} \right)^{-3} \right)}{4 + 2} =$$

$$= \frac{10 \cdot 0,6 (3 + 1 + 0,25)}{6} = 4,25. \text{ Ответ: } A = 4,25$$

Задача №2

Пусть x - производительность каждого насоса, A - объем первого танкера, B - объем второго танкера. Тогда выразим время заправки танкеров в двух случаях:

$$\begin{cases} \frac{A}{4x} + \frac{1}{3} \cdot \frac{B}{4x} = 12 \quad (1) \end{cases}$$

Необходимо найти $\frac{B}{3x}$.

$$\begin{cases} \frac{A}{3x} + \frac{1}{4} \cdot \frac{B}{x} = 18 \quad (2) \end{cases}$$

Выразим A из (1) уравн. 1:

$$A = 44x - \frac{B}{3}$$

Подставим это выражение во (2) уравнение:

$$\frac{44x - \frac{B}{3}}{3x} + \frac{B}{4x} = 18$$

$$\frac{5B}{12} = 40x \quad \text{или} \quad B = 96x$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

(a.b)c=a(bc)

E=mc²

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19540

Значит, $\frac{B}{3x} = \frac{24x}{3x} = 8$ часов

Ответ: 8 часов

Задача № 6

1) Найдем, через сколько велосипедиста встретят:

$$t_{60} = \frac{S}{V_{\text{собака}}} = \frac{45 \text{ км}}{(13+12) \text{ км/ч}} = 3 \text{ ч}$$

2) Пусть создадим собачий велосипедист I со скоростью 12 км/ч

Найдем, через сколько времени собака и велосипедист II

встретятся: $t_1 = \frac{45 \text{ км}}{(15+13) \text{ км/ч}} = \frac{45}{28} \text{ ч}$. За это время

собака пройдет $S_1 = t_1 \cdot V = \frac{45}{28} \cdot 15 \text{ км}$. После этого соба-

ка разворачивается и бежит навстречу в. I. Заметим,

в I останется ехать до встречи $(3 - \frac{45}{28}) \text{ ч}$. За это время собака не успеет добраться до хозяина

$$\left(\frac{45 \cdot 15}{28 \cdot 27} < 3 - \frac{45}{28} \right), \Rightarrow \text{она будет бежать только}$$

$$\left(3 - \frac{45}{28} \right) \text{ ч. Тогда } S_2 = 15 \left(3 - \frac{45}{28} \right) \text{ км. Отсюда общий}$$

$$\text{путь равен: } S_0 = S_1 + S_2 = 15 \left(\frac{45}{28} + 3 - \frac{45}{28} \right) = 45 \text{ км.}$$

Ответ: 45 км

Задача № 9

1) сложим первые два слагаемых:

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} = \frac{2x+2030}{(x+2014)(2015+x)(x+2016)} =$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$v(\alpha) = a(v\epsilon)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19540

2) Аналогично: $\frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{2}{(x+2016)(x+2018)}$

3) $\frac{2}{(x+2014)(x+2016)} + \frac{2}{(x+2016)(x+2018)} = \frac{4}{(x+2014)(x+2018)}$

Получим урав-е: $\frac{4}{(x+2014)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$

$$x^2 + 4032x + 4064252 = 4 \cdot 999999$$

$$x^2 + 4032x + 64256 = 0$$

$$(x + 4016)(x + 16) = 0$$

$$x = -16$$

$$x = -4016$$

Ответ: -16, -4016

Задача №8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x & (1) \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x & (2) \end{cases} \quad \text{ДДЗ: } \sin x - \cos y \geq 0$$

Из (1) урав-я вычитаем: $\cos y = \sin^2 x - \cos x$.

Подставим во (2) урав-е и решим его:

$$\sqrt{\sin x - \sin^2 x + \cos x} = \cos x$$

$$\sin x + \cos x = \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$\sin x + \cos x = 1 \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$



ШИФР 19540

$CO = 3x$, аналогично, $OD = 2y$, $OB = 3y$. Пусть сторона квадрата равна a . Тогда $DB = a\sqrt{2}$. Применим теорему косинусов для $\triangle CAO$.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b)c = a(bc)$ $E = mc^2$ $\frac{1}{2}mv^2$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

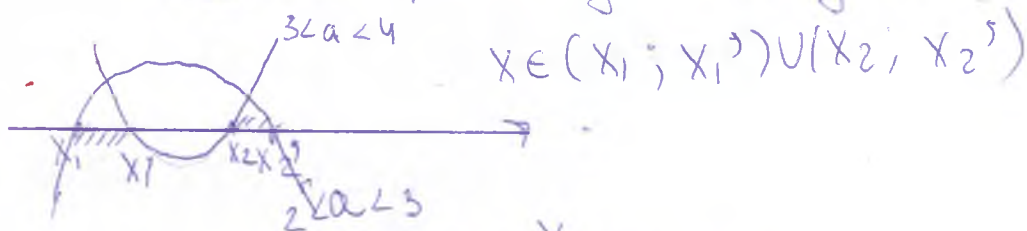
ШИФР 19540

Тогда имеем два решения $\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$
и $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$ (оба решения с учетом ОДЗ)

Задача №10

Заметим, при $a \in (2, 3)$ графиком функции $y = (2a-6)x^2 + (32-4a)x$ является парабола, ветви которой направлены вниз, а для $a \in (3, 4)$ ветви направлены вверх.

Тогда, подставив крайние значения промежутка ($a=2$ и $a=4$) мы можем найти промежутки x , для которых $f(x) \geq 0$:



Получим для $2 < a < 3$: $-2x^2 + 12x - 10 \geq 0$

$x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

$x^2 - 6x + 5 > 0$

$(x-1)(x-5) > 0$

для $3 < a < 4$: $2x^2 - 8x - 12 \leq 0$

$x^2 - 4x - 6 \leq 0$

$x \in (2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$

$(x-2)^2 - 10 \leq 0$

Объединяя промежутки $(x \in (x_1, x_1') \cup (x_2, x_2'))$,

получим $x \in (2 - \sqrt{10}; 1) \cup (5; 2 + \sqrt{10})$

ШИФР 19450

$$a^2 = 9x^2 + 4y^2 - 12x^2 \cos \alpha, \text{ где } \alpha - \text{исключивший угол между радиусами}$$

$$a^2 = 13x^2 - 12x^2 \cos \alpha. (1)$$

Аналогично по косинусов для $\triangle DBO$:

$$2a^2 = 9y^2 + 4y^2 - 12y^2 \cos \alpha.$$

$$2a^2 = 13y^2 - 12y^2 \cos \alpha. \text{ Подставим а из (1)}$$

$$2 \cdot 6x^2 - 24x^2 \cos \alpha = 13y^2 - 12y^2 \cos \alpha$$

$$13(2x^2 - y^2) - 12 \cos \alpha (2x^2 - y^2) = 0$$

$$(13 - 12 \cos \alpha)(2x^2 - y^2) = 0$$

Потому $\cos \alpha = \frac{12}{13}$. Значит, угол $\angle OAB = \arccos \frac{12}{13}$

Ответ: $\arccos \frac{12}{13}$

Задача №7

$$\begin{cases} 1) \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \end{cases} \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \leq 3,5 \\ 2 \leq x \leq 6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$x \in [2; 3,5]$$