



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

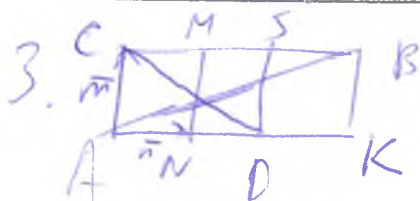
Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19 846

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	4	4	2	8	12	12	8	16	16	82	восемьдесят два	



$$\alpha = \angle(\vec{CD} \wedge \vec{AB}) - ?$$

$$\vec{n} \vec{m} = 0, \text{ т.к. } \angle CAD = 90^\circ$$

3 квадрата
Семичисла:

$$\vec{AC} = \vec{m} \Rightarrow \vec{AB} = 3\vec{m} + \vec{n} \quad \vec{n} \vec{m} = 0, \text{ т.к. } \angle CAD = 90^\circ$$

$$\vec{AN} = \vec{n}$$

$$\vec{CD} = 2\vec{n} - \vec{m}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|} = \frac{6\vec{n}^2 - 3\vec{n} \vec{m} + 2\vec{n} \vec{m} - \vec{m}^2}{\sqrt{9\vec{n}^2 + 6\vec{n} \vec{m} + \vec{m}^2} \cdot \sqrt{4\vec{n}^2 - 4\vec{n} \vec{m} + \vec{m}^2}} = \frac{6-1}{\sqrt{9+1} \cdot \sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

2.
$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

Р.
$$\begin{cases} \cos x + \cos y \geq 0 \\ \sin x - \cos y \geq 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

$$\sin x - \cos y = \cos^2 x$$

$$\sin x - \cos y = 1 - (\cos x + \cos y)$$

$$\sin x - \cos y = 1 - \cos x - \cos y$$

$$\sin x + \cos x = 1$$

$$\frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = 1$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{abc}{a+b+c}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19846

1. $0,1A = B$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 2 \cdot 4^{-3} + (0,25)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64)^{-\frac{1}{3}}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^6 \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} \cdot 5^4 \cdot 5^{-4} \cdot 2^{\frac{6-3}{2}}}{2+\sqrt{3} + 2-\sqrt{3} + 2\sqrt{4-3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{3 \cdot 1 \cdot 2^2}{4+2} \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{12}{6} \cdot 0,6 = 1,2$$

$$A = 10B = 12$$

ответ: $A = 12$

2. Дано:

$$v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v$$

$$t_1 = 11 \text{ ч}$$

$$S_1 = S_{1m} + \frac{1}{3} S_{2m}$$

$$t_2 = 18 \text{ ч}$$

$$S_2 = S_{1m} + \frac{1}{4} S_{2m}$$

3 танкера
3 часа на
танкер

$$S_{2m} \rightarrow t - ? \text{ при 3 танках}$$

$$t = \frac{S_{2m}}{3v}$$

Решение:

$$S_1 = (v_1 + v_2 + v_3 + v_4) t_1$$

$$t_2 = t_{1m} + t_{2m}$$

t_{1m} - время за которое был наполнен

танкер 3 танками

t_{2m} - время за которое был наполнен
на четверть второй танкер

$$S_2 = t_{1m}(v_1 + v_2 + v_3) + t_{2m} v_3$$

$$\begin{cases} S_{1m} + \frac{1}{3} S_{2m} = 4v \cdot 11 \\ S_{1m} + \frac{1}{4} S_{2m} = 3v t_{1m} + (t - t_{1m}) v \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{1m} + \frac{1}{3} S_{2m} = 44v \\ S_{1m} + \frac{1}{4} S_{2m} = 3v t_{1m} + (t - t_{1m}) v \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{1m} + \frac{1}{3} S_{2m} = 44v \\ S_{1m} + \frac{1}{4} S_{2m} = 3v t_{1m} + (t - t_{1m}) v \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_{1m} + \frac{1}{3} S_{2m} = 44v \\ S_{1m} + \frac{1}{4} S_{2m} = 3v t_{1m} + (t - t_{1m}) v \end{cases}$$

$$S_{1m} = t_{1m} \cdot 3v$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(a+b)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $\frac{1}{2}mv^2$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19846

$$t_{2m} = \frac{S_{2m}}{4v} \quad | \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3} t_{2m} = \frac{S_{2m}}{v} = t \quad +$$

$$t_{2m} = t_2 - t_{1m}$$

Из условия:

$$S_{1m} + \frac{1}{3} S_{2m} - S_{1m} - \frac{1}{4} S_{2m} = 44v - 2v t_{m1} \quad \text{или} \quad -18v$$

$$\frac{S_{2m}}{12} = 26v - 2v t_{m1}$$

$$t_{2m} = \frac{12(26v - 2v t_{m1})}{4v}$$

$$t_{2m} = 3(26 - 2(t_2 - t_{m2}))$$

$$t_{2m} = 3(26 - 2(18 - t_{m2}))$$

$$t_{2m} = 48 - 3(36 - 2t_{m2})$$

$$t_{2m} = 48 - 108 + 6t_{m2}$$

$$5t_{2m} = 30$$

$$t_{2m} = 6$$

$$t = \frac{4}{3} t_{2m} = 8$$

Оптимизация

$$10. \quad (2x-6)x^2 + (32-10a)x - a - 8 < 0 \quad 2 < a < 4$$

$$2ax^2 - 6x^2 + 32x - 10ax - a - 8 < 0$$

$$a(2x^2 - 10x - 1) - 6x^2 + 32x - 8 < 0$$

$$a(2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$1) \quad 2x^2 - 10x - 1 = 0 \quad a = \text{д.з.}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19846

$$0 < 6(2,5 \pm 1,5\sqrt{3})^2 - 32(2,5 \pm 1,5\sqrt{3}) + 8$$

$$0 < 6(6,25 \pm 7,5\sqrt{3} + 6,75) - 80 \mp 48\sqrt{3} + 8$$

$$0 < 37,5 \pm 45\sqrt{3} + 40,5 - 80 \mp 48\sqrt{3} + 8$$

$$0 < 6 \pm 45\sqrt{3} \mp 48\sqrt{3}$$

$$a) 0 < 6 - 3\sqrt{3}$$

$$b) 0 < 6 + 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} < 6$$

$$27 < 36$$

$$2) 2x^2 - 10x - 1 > 0$$

$$a) < \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$\begin{cases} \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \geq 4 \\ 2x^2 - 10x - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8 - 8x^2 + 40x + 4}{2x^2 - 10x - 1} \geq 0$$

$$(x - 2,5 - 1,5\sqrt{3})(x - 2,5 + 1,5\sqrt{3}) \geq 0$$

$$\begin{cases} \frac{x^2 - 4x - 6}{2x^2 - 10x - 1} \leq 0 \\ (x - 2,5 - 1,5\sqrt{3})(x - 2,5 + 1,5\sqrt{3}) > 0 \end{cases}$$

$$\frac{(x - 2,5 - 1,5\sqrt{3})(x - 2,5 + 1,5\sqrt{3})}{2 - \sqrt{10} \quad 2 + \sqrt{10}} > 0$$

$$(x - 2 - \sqrt{10})(x - 2 + \sqrt{10}) \leq 0$$

$$(x - 2,5 - 1,5\sqrt{3})(x - 2,5 + 1,5\sqrt{3}) > 0$$

$$\frac{2,5 - 1,5\sqrt{3}}{2 - \sqrt{10}} \quad \frac{2,5 + 1,5\sqrt{3}}{2 + \sqrt{10}}$$

$$x \in [2 - \sqrt{10}, 2,5 - 1,5\sqrt{3}) \cup (2,5 + 1,5\sqrt{3}, 2 + \sqrt{10}]$$

$$x \in (2,5 + 1,5\sqrt{3}, 2 + \sqrt{10}]$$

$$3) 2x^2 - 10x - 1 < 0$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$a) > \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \leq 2$$



**Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!**

ШИФР

12846

Problem: $x \in [2 - \sqrt{10}; 1] \cup [5; 2 + \sqrt{10}]$

~~8~~ $2t^2 - 2t = 0$

$$t=0 \quad t=1$$

$$t_{g\frac{\lambda}{2}} = 0$$

$$\frac{\lambda}{2} = \bar{\lambda} n$$

$$\lambda = z \bar{\lambda} n$$

(1)

$$\lg \frac{\lambda}{2} = 1$$

$$\lambda = \frac{v}{f} + 2\pi m$$

$$x = \frac{\lambda}{2} + 2\lambda m$$

(2)

(1) $\cos y = \sin^2 x - \cos x = \sin^2 2\pi n - \cos 2\pi n = -1$

$$y = 2\pi + 2\pi k$$

$$2) \quad y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\cos y = \sin^2 x - \cos x = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi m\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi m\right) = 1$$

$$y = 2\pi \ell$$

Трехвал Трехвал по D:

$$1) \begin{cases} x = 2\pi h \\ y = x + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(2\bar{u}n) + i\sin(\bar{u} + 2\bar{u}k) = 0 \\ \sin(2\bar{u}n) - i\cos(\bar{u} + 2\bar{u}k) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 1-1=0 \\ 0-1=0 \end{array}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

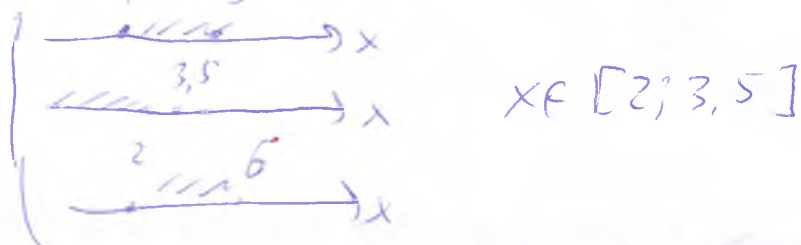
19846

$$2) \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \\ y = 2\pi l \end{cases} \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2} + 2\pi m) + \cos(2\pi l) \geq 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2} + 2\pi m) - \cos(2\pi l) \geq 0 \\ \cos(\frac{\pi}{2} + 2\pi m) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} 1 \geq 0 \\ 1-1 \geq 0 \\ 0 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \\ y = 2\pi l \end{cases}$

$$7. \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{4 - 2x} \geq \sqrt{8x^2 - x^2 - 12}$$

$$D: \begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 4 - 2x \geq 0 \\ 8x^2 - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x \leq 3,5 \\ x^2 - 8x + 12 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} (x-1)(x-5) \leq 0 \\ x \leq 3,5 \\ (x-6)(x-2) \leq 0 \end{cases}$$



$$6x - x^2 - 5 \geq 8x^2 - x^2 - 12 + 4 - 2x + 2\sqrt{(8x - x^2 - 12)(4 - 2x)}$$

$$2\sqrt{(8x - x^2 - 12)(4 - 2x)} \leq 0 \quad \sqrt{n} \geq 0 \Rightarrow$$

$$(8x - x^2 - 12)(4 - 2x) = 0$$

$$x = 6 \quad x = 2 \quad x = 3,5$$

$$x \in D$$

Ответ: $x = 2, x = 3,5$



ШИФР

19846

6. Дано:

$$S = 75 \text{ км}$$

$$v_1 = 12 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 13 \text{ км/ч}$$

$$v_3 = 15 \text{ км/ч}$$

$$S_{\text{св.}} = ?$$

Решение:

Определим время встречи.

~~Время встречи следует из уравнения~~

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{75}{13 + 12} = 3 \text{ ч}$$

~~Первый закон:~~

$$t_1 = \frac{S - t_1 v_{1/2}}{v_{1/2} + v_3}$$

~~Второй:~~

$$t_2 = \frac{S - t_1 v_{1/2} - (t_1 + t_2) v_{2/1}}{v_{2/1} + v_3}$$

$$t_1 v_{1/2} + t_1 v_3 = S - t_1 v_{1/2}$$

$$t_1 = \frac{S - t_1 v_{1/2}}{2 v_{1/2} + v_3}$$

$$t_2 v_{2/1} + t_2 v_3 = S - t_1 v_{1/2} - t_1 v_{2/1} - t_2 v_{2/1}$$

$$- t_1 v_{2/1} - t_2 v_{2/1}$$

$$t_2 = \frac{S - t_1 v_{1/2} - t_1 v_{2/1}}{2 v_{2/1} + v_3}$$

Собака всё время находится в движении, значит её

$$S_{\text{св.}} = t v_{\text{св.}} = 3 \cdot 15 = 45 \text{ км}$$

Ответ: 45 км.

$$4. (\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$$

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - 1 = \frac{1}{4}x$$

Известно из D введём замену

$$x = \cos 2t$$

$$(\sqrt{1+\cos 2t} - 1)(\sqrt{1-\cos 2t} + 1) = \frac{1}{4} \cos 2t$$

$$1)(\sqrt{1+\cos 2t} + 1) = \frac{1}{2} \cos 2t$$

$$D: \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases} \\ x \in [-1, 1]$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19846

$$(\sqrt{2}|\cos t| - 1)(\sqrt{2}|\sin t| + 1) = \frac{1}{4}\cos 2t$$

$$2|\cos t||\sin t| - \sqrt{2}|\sin t| + \sqrt{2}|\cos t| - 1 = \frac{1}{4}\cos 2t$$

XX

$$2|\cos t||\sin t| - \sqrt{2}|\sin t| + \sqrt{2}|\cos t| - 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\cos^2 t$$

$$\cos t = 2\cos^2 \frac{t}{2} - 1 = (\sqrt{2}\cos \frac{t}{2} - 1)(\sqrt{2}\cos \frac{t}{2} + 1)$$

$$\cos t = 2\sin^2 \frac{t}{2} - 1 = (1 - \sqrt{2}\sin \frac{t}{2})(1 + \sqrt{2}\sin \frac{t}{2})$$

$$\frac{\cos 2t \cdot \cos 2t}{(\sqrt{2}\cos \frac{t}{2} + 1)(\sqrt{2}\sin \frac{t}{2} - 1)} = \frac{1}{4}\cos 2t$$

$$\cos 2t = 0$$

$$\frac{4\cos 2t}{4\sin 2t - 1}$$

проверено на стр. 11.

$$9. \frac{1}{(2014)(2015)} + \frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} +$$

$$8. + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999}$$

$$D. \frac{x+2016}{x}$$

$$0. \frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{(t-1)t} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19846

$$\frac{t^2 + 3t + 2 + t^2 - 3t + 2}{(t^2 - 4)(t^2 - 1)} + \frac{t - 1 + t + 1}{(t^2 - 1)t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t^2 + 4}{(t^2 - 4)(t^2 - 1)} + \frac{2t}{(t^2 - 1)t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t^3 + 4t + 2t^3 - 8t}{(t^2 - 1)(t^2 - 4)t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4t^3 - 4t}{(t^2 - 1)(t^2 - 4)t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4}{t^2 - 4} = \frac{1}{999999}$$

$$t^2 - 4 = 4 \cdot 999999$$

$$t^2 = 4 \cdot 1000000$$

$$t = \pm 2000$$

$$x = t - 2016$$

$$x = -16$$

$$\underline{x = -4016}$$

$$16 \cdot x = -4016$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

19846

5. D-мк:

$$\text{tg } 15^\circ \text{tg } 25^\circ \text{tg } 35^\circ \text{tg } 85^\circ = 1$$

D-к:

$$\text{tg } 15^\circ \text{tg } 25^\circ \text{tg } 35^\circ \text{tg } 85^\circ = \frac{\text{tg } 60^\circ \text{tg } 40^\circ}{\text{ctg } 25^\circ \text{ctg } 35^\circ} = \frac{\text{tg } 60^\circ \text{tg } 40^\circ}{\text{ctg } 75^\circ \text{ctg } 80^\circ}$$

$$= \text{tg } 5^\circ \text{tg } 15^\circ \text{tg } 25^\circ \text{tg } 35^\circ =$$

$$= \frac{\text{tg } 5^\circ \text{tg } 35^\circ}{\text{ctg } 15^\circ \text{ctg } 25^\circ} = \frac{\left(\frac{1 - \text{tg } 40^\circ}{1 + \text{tg } 40^\circ} \right)}{\left(\frac{1 - \text{tg } 40^\circ}{1 + \text{tg } 40^\circ} \right)} = 1 \quad \text{г. н. г.}$$

XX

$$\sqrt{2}(|\sin t| + 1) = \frac{2\cos^2 t - 1}{\sqrt{2}(|\cos t| - 1)}$$

$$\sqrt{2}(|\sin t| + 1) = \sqrt{2}(|\cos t| + 1)$$

$$|\sin t| = |\cos t|$$

$$\text{tg } t = \pm 1$$

$$t = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \cos 2t = \cos\left(\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0$$

$$\text{Answer } x = 0$$