ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20296

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	0	8	8	12	12	16	0	0	64	шестьдесят четыре	[illegible]

Зад. 1.

$$\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}\cdot 27^{-3}+(0,2)^{-4}\cdot 25^{-2}+\left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}\cdot(2,017)^0\cdot\sqrt{0,36}=$$

$$=\frac{3^{10}\cdot 3^{-9}+5^4\cdot 5^{-4}+64^{\frac{1}{3}}}{2+\sqrt{3}+2\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}+2-\sqrt{3}}\cdot 1\cdot 0{,}6=\frac{3+1+4}{4+2\cdot\sqrt{4-3}}\cdot 0{,}6=\frac{8}{6}\cdot\frac{6}{10}=0{,}8$$

Если 10% от числа 0,8, то число равно $\frac{0{,}8\cdot 100}{10}=8$

Ответ: 8.

Зад. 2.

Пусть один насос наполнит нефтью первый танкер за x часов, второй – y часов

Тогда вместе 4 насоса, если будут работать вместе, наполнить смогут первый танкер за $\frac{x}{4}$ ч., и второй за y ч.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20296

$$\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{4}\times\frac{1}{3}=11, \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=18. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+y=11\times12 \\ 4x+3y=18\cdot12; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+y=11\times12 \\ x+2y=7\times12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=7\times12-2y \\ 3(7\times12-2y)+y=11\cdot12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ 21\times12-6y+y=11\cdot12$$
$$5y=10\times12$$
$$y=24$$

Следует, вместе 3 насоса заполнят 2 танкер за 8 ч. (24 : 3)

Зад. 4.

ОДЗ $\begin{cases} 1+x\geq0 \\ 1-x\geq0; \end{cases} \begin{cases} x\geq-1 \\ x\leq1; \end{cases} \quad -1\leq x\leq1.$

Умножаем на $(\sqrt{1+x}+1)$

$$(\sqrt{1+x}+1)(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=\frac{1}{4}x(\sqrt{1+x}+1)$$
$$x(\sqrt{1-x}+1)=\frac{1}{4}x(\sqrt{1+x}+1)$$
$$4x(\sqrt{1-x}+1)-x(\sqrt{1+x}+1)=0$$
$$x(4(\sqrt{1-x}+1)-(\sqrt{1+x}+1))=0$$

$x=0$ или $4(\sqrt{1-x}+1)-(\sqrt{1+x}+1)=0$
$$4\sqrt{1-x}+3=\sqrt{1+x}$$
$$(4\sqrt{1-x}+3)^2=(\sqrt{1+x})^2$$
$$16-16x+24\sqrt{1-x}+9-1-x=0$$
$$24\sqrt{1-x}=17x-24$$
$$24^2(1-x)=289x^2-2*17*24x+24^2$$
$$289x^2-240x=0$$

240

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(a b)c = a(b c)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20296

Зад. 5.

$tg 15 \times tg 25 \times tg 35 \times tg 85 = 1$

$\frac{\sin 15}{\cos 15} \times \frac{\sin 25}{\cos 25} \times \frac{\sin 35}{\cos 35} \times \frac{\sin 85}{\cos 85} = 1$

$\sin 15 \times \sin 25 \times \sin 35 \times \sin 85 = \cos 15 \times \cos 25 \times \cos 35 \times \cos 85$

$\frac{1}{2}(\sin 10 - \sin 40) \times \frac{1}{2}(\cos 50 - \cos 120) = \frac{1}{2}(\cos 10 + \cos 40) \times \frac{1}{2}(\cos 50 + \cos 120)$

$\cos 10 \times \cos 120 = -\cos 40 \times \cos 50$

$-\cos 10 \times \sin 30 = -\sin 50 \times \cos 50$

$-\frac{1}{2}\cos 10 = -\frac{1}{2}\sin 100$

$-\frac{1}{2}\cos 10 = -\frac{1}{2}\cos 10$

$1 = 1$

$tg 15 \times tg 35 \times tg 25 \times tg 85 = 1$

Зад. 6.

Ответ: собака бегала 3 часа, пока 2 велосипедиста не встретились $75/(12+13) = 3$ ч.

$3 \times 15 = 45$ (км)

Зад. 7

$\begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \in [1;5] \\ x \in (-\infty; 3,5] \end{cases}$, $x \in [2; 3,5]$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР ____________________

$\Rightarrow$

$\sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{7-2x}$

$\left(\sqrt{6x-x^2-5}\right)^2 \geq \left(\sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{7-2x}\right)^2$

$6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12+2\sqrt{8x-x^2-12}\sqrt{7-2x}+7-2x$

$2\sqrt{8x-x^2-12}\sqrt{7-2x} \leq 0$

$8x-x^2-12=0$ $\qquad$ $7-2x=0$

$x_1=2$ $\qquad$ $x_2=3,5$

Зад. 8.

$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sin x-\cos y=\cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \sin x+\cos x=1$

$\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)=1$

$\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}\sin x+\sin\frac{\pi}{4}\cos x\right)=1$

$\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$x+\frac{\pi}{4}=(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$

Если $n=2k$, то $x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+2\pi k \Rightarrow x_1=2\pi k,\ k\in Z$

$2k+1$, то $x+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+(2k+1)\pi \Rightarrow x_2\ \frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in Z$

$x_1=2\pi k,\ k\in Z$, to $1+\cos y=0$, $\cos y=-1$, $y=\pi+2\pi m,\ m\in Z$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20296

Ответ: $(2\pi k; \pi + 2\pi m)$

$(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi l)$

$k, m, l \in \mathbb{Z}$

Зад. 9

$$\frac{1}{(x+2014)} - \frac{1}{(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)} - \frac{1}{(x+2016)} + \frac{1}{(x+(2016)} - \frac{1}{(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)} - \frac{1}{(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{1}{(x+2014)} - \frac{1}{(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$