



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

23107

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	12	8	0	8	64	шестьдесят четыре	

~1

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^2 - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75$$

Найти $0,6A$

Решение:

$$A = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} + 4,75 = 5$$

$$0,6A = 3$$

Ответ: 3.

~2

Пусть x млрд. куб. м - это газ добывает "Роснефть", y млрд. куб. м - газ добывает "Новатэк", z млрд. куб. м - компанией "Газпром Нефть", w млрд. куб. м - газ добывает "Лукойл", тогда по условию задачи:

$$x = y + z + w + 8$$

$$z = 0,3x$$

$$y : x : w = 0,2 : 0,5 : 0,1$$

$$y : x = 0,2 : 0,5$$

$$y = \frac{2x}{5}$$

$$x : w = 0,5 : 0,1$$

$$w = \frac{x}{5}$$

$$x = 2 \cdot 0,4x + 0,3x + 0,2x + 8$$

$$y = 32$$

$$z = 24$$

$$w = 16$$

Ответ: Роснефть добывает 80 млрд. куб. м
Новатэк добывает 32 млрд. куб. м
Газпром Нефть добывает 24 млрд. куб. м
Лукойл добывает 16 млрд. куб. м.



Возьмем 1 дерево, ^{√3} равнонагамо оно даст нам 6 деревьев



Далее каждый новый круг радиуса 12м будет давать нам 4 новых дерева
Рассчитай, сколько примерно кругов.

наместится:

$$N = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = \frac{258^2}{12^2} = \frac{1849}{4}. \text{ Вытнем 1 круг, который даст}$$

7 деревьев, и у нас остается $\frac{1845}{4}$ кругов.

$$\frac{1845}{4} + 7 < 2018$$

Ц П Д

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1.$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

=>

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \\ x > 1 \end{cases}$$

<=>

$$\begin{cases} x^3 - x^2 - x = 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x^2 - x - 1) = 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Доказать

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

Док. - во:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 = \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha$$

$$\cdot (\cos^2 \alpha - 1) = -2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1 = \sin^2 \alpha (\sin^4 \alpha - 1) + \sin \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1) =$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23107

✓5 (продолжение)

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 = -3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{+2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{-3 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{2}{-3} \quad \checkmark \quad \Pi \quad \alpha$$

✓6.

П. к скорость первого 3 км/ч, а скорость второго 5 км/ч, то относительно первого, второй будет двигаться со скоростью 2 км/ч, а значит расстояние 10 км он преодолеет за 5 часов. Если по-другому говорить, то они встретятся через 5 часов, а значит и оба будут летать 5 часов и преодолеют путь:

$$S = 12 \text{ км/ч} \cdot 5 \text{ ч} = 60 \text{ км}$$

Ответ: 60 км

✓7.

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 2\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} \geq 9x - x^2 - 18$$

$$-2\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} \geq 2x - 22$$

$$\sqrt{(8x - x^2 - 7)(11 - x)} \leq 11 - x$$

$$(8x - x^2 - 7)(11 - x) \leq (11 - x)^2$$

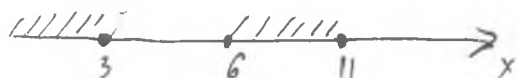
$$(11 - x)(8x - x^2 - 7 - 11 + x) \leq 0$$

$$(11 - x)(9x - x^2 - 18) \leq 0$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [3; 6]$$

Ответ: 3 и 6





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23107

№8

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \sin y \\ -\frac{\sin^2 x}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

Далее применим основное тригонометрическое тождество:
 $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$
Подставим найденные выражения.

$$\frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} + \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} = 1$$

$$\cos^6 x + \sin^6 x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^4 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x + \sin^4 x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\cos^4 x - 2\cos^2 x \cdot \sin^2 x + \sin^4 x = 0$$

$$(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$$

$$\cos^2 x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k; k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y_1 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_3 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y_3 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_4 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y_4 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_4 = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \\ y_4 = \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

№10

Пусть $a = 1$

$$2x^2 - 14x + 20 > 0$$

$$x^2 - 7x + 10 > 0$$

Пусть $a = 2$.

$$-x + 7 > 0$$

$$x < 7$$

Пусть $a = 3$

$$-2x^2 + 12x - 6 > 0$$

$$x^2 - 6x + 3 < 0$$

$$x \in \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{3+\sqrt{3}}{2} \right)$$