



ШИФР 28555

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	12	16	0	0	64	шестьдесят четыре	

$$\textcircled{1} A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = 5 \quad 0,6A = 3$$

$$1.) \frac{1}{2^2} + 1 = 1\frac{1}{4}.$$

$$2.) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \frac{5}{(-2)^2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4} = 5.$$

$$3.) 1\frac{1}{4} : 5 = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4}.$$

$$4.) \frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} = 5.$$

$$5.) \frac{5 - 100\%}{x - 60\%} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 6}{10} = 3.$$

Ответ: 3.

② Пусть x млрд. м^3 - всего объем добычи газа за I полугодие. Тогда:

$$\frac{1}{5}x - \text{«НОВАТЭК»}$$

$$\frac{1}{2}x - \text{«РОСНЕФТЬ»}$$

$$\frac{1}{10}x - \text{«ЛУКОЙЛ»}$$

$$0,3 \cdot \frac{1}{2}x - \text{«ГАЗПРОМ НЕФТЬ»}$$

Зная, что «РОСНЕФТЬ» добыла на 8 млрд куб.м. больше, чем остальные компании вместе, составим и решим уравнение:

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + 0,3 \cdot \frac{1}{2}x + 8 = \frac{1}{2}x \quad | \cdot 20.$$

$$4x + 2x + 3x + 160 = 10x \\ x = 160.$$

160 млрд м^3 - всего.

$$160 \cdot \frac{1}{5} = 32 \text{ млрд } \text{м}^3 - \text{«НОВАТЭК»}$$

$$160 \cdot \frac{1}{2} = 80 \text{ млрд } \text{м}^3 - \text{«РОСНЕФТЬ»}$$

$$160 \cdot \frac{1}{10} = 16 \text{ млрд } \text{м}^3 - \text{«ЛУКОЙЛ»}$$

$$160 - 32 - 80 - 16 = 32 \text{ млрд } \text{м}^3 - \text{«ГАЗПРОМ НЕФТЬ»}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28555

$$8x - x^2 - 4 - 2\sqrt{(8x - x^2 - 4)(11 - x)} + 11 - x \geq 9x - x^2 - 18$$

$$-2\sqrt{(8x - x^2 - 4)(11 - x)} \geq 2x - 22$$

$$\sqrt{(8x - x^2 - 4)(11 - x)} \leq 11 - x.$$

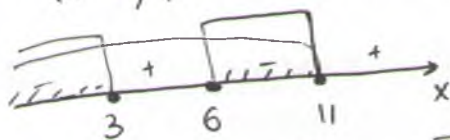
$$\begin{cases} 11 - x \geq 0. \\ (8x - x^2 - 4)(11 - x) \leq 121 - 22x + x^2 \end{cases} \quad x \leq 11$$

$$88x - 8x^2 - 11x^2 + x^3 - 77 + 4x \leq 121 - 22x + x^2$$

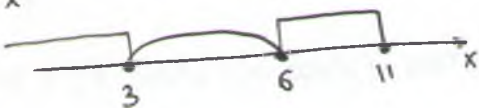
$$x^3 - 20x^2 + 117x - 198 \leq 0.$$

$$(x - 3)(x^2 - 17x + 66) \leq 0$$

$$(x - 3)(x - 6)(x - 11) \leq 0.$$



С учетом ОДЗ:



$$\begin{aligned} x &= 3 \\ x &= 6. \end{aligned}$$

Ответ: 3; 6.

$$\textcircled{8} \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sin x &\neq 0 \\ x &\neq \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos x &\neq 0 \\ x &\neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1. \quad \sin^2 x - 1 &= \sin x \cdot \sin y. \\ \sin^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x &= \sin x \cdot \sin y. \\ \cos^2 x &= -\sin x \cdot \sin y. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \cos^2 x - 1 &= \cos y \cdot \cos x. \\ \cos^2 x &= \cos y \cdot \cos x + 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \cos y \cdot \cos x + 1 &= -\sin x \cdot \sin y \\ \cos y \cdot \cos x + \sin x \cdot \sin y &= -1. \\ \cos(x - y) &= -1. \end{aligned}$$

$$x - y = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = y + \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$y = x - \pi - 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$4. \sin(y + \pi + 2\pi n) - \frac{1}{\sin(y + \pi + 2\pi n)} = \sin y$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28555

④ $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

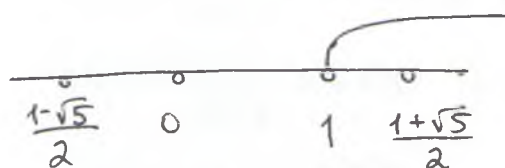
$$\begin{cases} x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - x^2 - x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x^2 - x - 1) = 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}) = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} > \frac{2}{2}$$

$$\frac{1-\sqrt{5}}{2} < \frac{2}{2}$$



Ответ: $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$

$$1) \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 = (1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) + \cos^4 \alpha - 1 = 1 - 2\cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1 =$$

$$= 2\cos^4 \alpha - 2\cos^2 \alpha = 2(\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha)$$

$$2) \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1 = (1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) + \cos^6 \alpha - 1 = 1 - 3\cos^2 \alpha + 3\cos^4 \alpha - \cos^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1 =$$

$$= 3\cos^4 \alpha - 3\cos^2 \alpha = 3(\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha)$$

$$3) \frac{2(\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha)}{3(\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha)} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{ч.т.д.}$$

⑥ 1) $5 - 3 = 2$ (км/ч) - скорость сближения путешественников

2) $10 : 2 = 5$ (ч) - потребуется путешественникам, чтобы встретиться

3) $12 \cdot 5 = 60$ (км) - пролетела ось

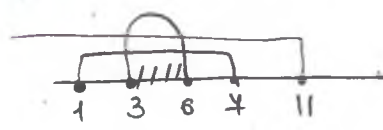
Ответ: 60 км.

⑦ $\sqrt{8x - x^2 - 4} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 8x - x^2 - 4 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 8x + 4 \leq 0 \\ x \leq 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-4) \leq 0 \\ x \leq 11 \end{cases}$$





ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28555

$$\sin y = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$y = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$5. \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin(x - \pi - 2\pi n);$$

$$\sin x - \frac{1}{\sin x} = -\sin x \quad | \cdot \sin x$$

$$\sin^2 x - 1 = -\sin^2 x.$$

$$2\sin^2 x = 1.$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right); \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right); \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right);$$

$$\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right).$$