ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28932

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	0	3	8	12	6	10	0	6	53	пятьдесят три	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28932.

№1. $A = \dfrac{2^{-2}+2018^{0}}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \dfrac{\frac{1}{4}+1}{\frac{1}{0,25}-\frac{5}{4}+\frac{9}{4}} + 4,75 =$

$= \dfrac{1,25}{\frac{100}{25}-1,25+2,25} + 4,75 = \dfrac{1,25}{4+1} + 4,75 = \dfrac{1,25}{5} + 4,75 = 0,25+4,75 = 5$

$5 - 100\%$

$x - 60\%$

$\dfrac{5\cdot 60}{100} = \dfrac{300}{100} = 3$

Ответ: 3.

№2. „Новатэк" (Н) $\frac{1}{5}\cdot x$ млрд. куб. м

„Роснефть" (Р) $\frac{1}{2}\cdot x$ млрд. куб. м

„ЛУКОЙЛ" (Л) $\frac{1}{10}\cdot x$ млрд. куб. м

„Газпром нефть" (Г) $\frac{1}{2}\cdot x\cdot 0,3$ млрд. куб. м

$Н+Л+Г = Р-8$

$\frac{1}{5}\cdot x + \frac{1}{10}\cdot x + \frac{1}{2}\cdot x\cdot 0,3 = \frac{1}{2}\cdot x - 8$

$\frac{2+1+5\cdot 0,3}{10}\cdot x - \frac{5}{10}\cdot x = -8$

$\frac{4,5-5}{10}\cdot x = -8$

$\frac{-0,5}{10}\cdot x = -8$

$x = \frac{8\cdot \cancel{100}^{20}}{\cancel{5}_1} = 160$ млрд. куб. м

$Н = \frac{1}{5}\cdot 160 = 32$ млрд. куб. м

$Р = \frac{1}{2}\cdot 160 = 80$ млрд. куб. м

$Л = \frac{1}{10}\cdot 160 = 16$ млрд. куб. м

$Г = \frac{1}{2}\cdot 160\cdot 0,3 = 24$ млрд. куб. м

№5. $\dfrac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1} = \dfrac{2}{3}$

л.ч.

Числитель: $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1 = \left(\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\right)^2 - 1 = \frac{1-2\cos 2\alpha+\cos^2 2\alpha}{4} +$

$+ \frac{1+2\cos 2\alpha+\cos^2 2\alpha}{4} - 1^{4} = \frac{1-\cancel{2\cos 2\alpha}+\cos^2 2\alpha+1+\cancel{2\cos 2\alpha}+\cos^2 2\alpha-4}{4} = \frac{-2+2\cos^2 2\alpha}{4}$

$= \frac{2(\cos^2 2\alpha-1)}{4} = \boxed{-\frac{\sin^2 2\alpha}{2}}$

Знаменатель: $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1 = \left(\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\right)^3 + \left(\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\right)^3 - 1 = \frac{1-3\cdot\cos 2\alpha+3\cdot\cos^2 2\alpha-\cos^3 2\alpha}{8} +$

$+ \frac{1+3\cdot\cos 2\alpha+3\cdot\cos^2 2\alpha+\cos^3 2\alpha}{8} - 1 = \frac{1-\cancel{3\cos 2\alpha}+3\cdot\cos^2 2\alpha-\cancel{\cos^3 2\alpha}+1+\cancel{3\cos 2\alpha}+3\cos^2 2\alpha+\cancel{\cos^3 2\alpha}}{8} - 1$

$= \frac{2(1+3\cos^2 2\alpha)}{8} - 1 = \frac{1+3\cdot\cos^2 2\alpha-4}{4} = \frac{3\cdot\cos^2 2\alpha-3}{4} = \boxed{\frac{-3\sin^2 2\alpha}{4}}$

$\dfrac{-\frac{\sin^2 2\alpha}{2}}{-\frac{3\sin^2 2\alpha}{4}} = -\frac{\sin^2 2\alpha}{2} : \frac{-3\sin^2 2\alpha}{4} = \frac{\cancel{4}^{2}\cancel{\sin^2 2\alpha}}{\cancel{2}\cdot 3\cancel{\sin^2 2\alpha}} = \frac{2}{3}$.

ч.т.д.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28932

№8. $\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$

ОДЗ: $\sin x \neq 0$
$\cos x \neq 0$

$\begin{cases} (\sin x - \frac{1}{\sin x})^2 = \sin^2 y \\ (\cos x - \frac{1}{\cos x})^2 = \cos^2 y \end{cases}$

$+\begin{cases} \sin^2 x - 2\cdot \cancel{\sin x} \cdot \frac{1}{\cancel{\sin x}} + \frac{1}{\sin^2 x} = \sin^2 y \\ \cos^2 x - 2 \cdot \cancel{\cos x} \cdot \frac{1}{\cancel{\cos x}} + \frac{1}{\cos^2 x} = \cos^2 y \end{cases}$

$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} - 2 - 2 + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \underbrace{\sin^2 y + \cos^2 y}_{1}$

$1 - 4 + \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = 1$

$\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = +4$

$\underbrace{\cos^2 x + \sin^2 x}_{1} = +4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

$4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1$

$2 \sin x \cdot \cos x = 1$

$\sin 2x = 1$

$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z.$

$\sin \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \sin y$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sin y$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \sin y$

$\frac{2-4}{2\sqrt{2}} = \sin y$

$\frac{-\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2}} = \sin y$

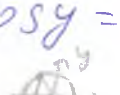
$-\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin y$

$\cos \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \cos y$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \cos y$

$\frac{2-4}{2\sqrt{2}} = \cos y$

$\cos y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



$y = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28932

№4. $\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$

ОДЗ $x^3-3x+1\geq 0$

$x^3-3x+1=(x-1)^2$

$x^3-3x+1=x^2-2x+1$

$x^3-x^2-x=0$

$x(x^2-x-1)=0$

$x=0$ $x^2-x-1=0$

$D=1+4=5$

$x_1=\frac{1+\sqrt5}{2}$

$x_2=\frac{1-\sqrt5}{2}$

Проверка: $0^3-3\cdot0+1\geq0.$

$\frac{1+\sqrt5}{2}\left(\left(\frac{1+\sqrt5}{2}\right)^2-3\right)+1\geq0$

$\frac{1+\sqrt5}{2}\left(\frac{1+2\sqrt5+5}{2}-3\right)+1\geq0$

$\frac{1+\sqrt5}{2}\cdot\frac{6+2\sqrt5}{2}-3\cdot\frac{1+\sqrt5}{2}+1\geq0$

$\frac{6+2\sqrt5+\cancel{6\sqrt5}+2\cdot5-\cancel{6}-\cancel{6\sqrt5}}{4}+1\geq0$

$\frac{6+2\sqrt5+4}{4}+1\geq0$

$\frac{1-\sqrt5}{2}\left(\left(\frac{1-\sqrt5}{2}\right)^2-3\right)+1\geq0$

$\frac{1-\sqrt5}{2}\left(\frac{1-2\sqrt5+5}{4}-3\right)+1$

$\frac{(1-\sqrt5)(6-2\sqrt5)}{4}-\frac{6(1-\sqrt5)}{4}+1\geq0$

$\frac{(1-\sqrt5)(6-2\sqrt5-6)}{2}+1\geq0$

$\frac{-2\sqrt5+2\cdot5}{2}+1\geq0$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28932

№7. $\sqrt{8x-x^2-7}-\sqrt{11-x}\geq\sqrt{9x-x^2-18}$

$(8x-x^2-7)-2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x}+(11-x)\geq(9x-x^2-18)$

$-2\sqrt{8x-x^2-7}\cdot\sqrt{11-x}\geq 9x-x^2-18-8x+x^2+7-11+x$

$-2\sqrt{(8x-x^2-7)(11-x)}\geq 2x-22$

$4(8x-x^2-7)(11-x)\geq(2x-22)^2$

$\cancel{4(88x-8x^2-11x^2+x^3-77+7x)\geq(4x-2\cdot2\cdot22x+484)}$

$4(8x-x^2-7)(11-x)-(2x-22)(2x-22)\geq0$

$4(8x-x^2-7)(11-x)-4(x-11)(x-11)\geq0$

$4(11-x)(8x-x^2-7-(11-x))\geq0$

$4(11-x)(8x-x^2-7-11+x)\geq0$

$(11-x)(-x^2+9x-18)\geq0$

$11-x=0$
$-x=-11$
$x_3=11$

$-x^2+9x-18=0$
$D=81-72=9$
$x_1=\frac{-9+3}{-2}=3$
$x_2=\frac{-9-3}{-2}=6$

$-$ 3 $+$ 6 $-$ 11 $+$ x

$x\in[3;6]\cup[11;+\infty)$

С учетом ОДЗ: $x\in[3;6]$

Ответ: $[3;6]$

ОДЗ: $8x-x^2-7\geq0$

$\begin{cases}8x-x^2-7\geq0\\11-x\geq0\\9x-x^2-18\geq0\end{cases}$

$-x^2+8x-7=0$
$D=64-28=36$
$x_1=\frac{-8+6}{-2}=1$
$x_2=\frac{-8-6}{-2}=7$

$-$ 1 $+$ 7 $-$ x

$11-x\geq0$
$x\leq11$

11 x

$9x-x^2-18\geq0$
$-x^2+9x-18=0$
$D=81-72=9$
$x_1=\frac{-9+3}{-2}=3$
$x_2=\frac{-9-3}{-2}=6$

$-$ 3 $+$ 6 $-$ x

1 3 6 7 11 x

$x\in[3;6]$

№10. $(4-2a)x^2+(13a-27)x+33-13a>0$ $\quad 1<a<3$

при $a=1$. $(4-2)x^2+(13-27)x+33-13>0$

$2x^2-14x+10>0$

$2x^2-14x+10=0 \mid :2$

$x^2-7x+5=0$

$D=49-20=29$

$x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 28932

при $a=3$ $(4-6)x^2+(39-27)x+33-39>0$

$-2x^2+12x-6>0$

$-2x^2+12x-6=0 \quad |:(-2)$

$+x^2-6x+3=0$

$D=36-12=24$

$x_{1,2}=\frac{+6\pm\sqrt{24}}{+2}=\frac{+6\pm2\sqrt6}{+2}=\frac{2(+3\pm\sqrt6)}{+2}=3\pm\sqrt6$

$3-\sqrt6$ $\quad$ $3+\sqrt6$

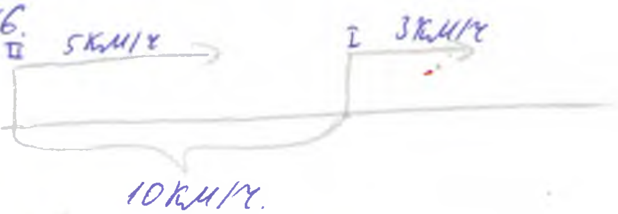
$\sqrt6\approx2,5$

$\sqrt{29}\approx5,5$

$3-\sqrt6$ $\quad$ $\frac{7-\sqrt{29}}{2}$ $\quad$ $3+\sqrt6$ $\quad$ $\frac{7+\sqrt{29}}{2}$

$x\in\left(3-\sqrt6;\ \frac{7-\sqrt{29}}{2}\right)$

№6.



$v_{сближения}=5-3=2$ км/ч.

$t_{встречи}=\frac{10}{2}=5$ ч.

$v_{осы}=12$ км/ч

$t_{движения\ осы}=5$ ч.

$S_{пролетанный\ осой}=12\cdot5=60$ км.

№9. $\frac{1}{1+\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt[3]{k^2-2k+1}+\sqrt[3]{k^2-k}+\sqrt[3]{k^2}}$

$\frac{1}{\sqrt[3]{k^2-2k+1}+\sqrt[3]{k^2-k}+\sqrt[3]{k^2}}=\frac{1}{\sqrt[3]{(k-1)^2}+\sqrt[3]{k(k-1)}+\sqrt[3]{k^2}}$

№3 $S_{рощи}=\pi r^2-\pi\cdot258\cdot258$

$\frac{\pi\cdot258\cdot258}{12\cdot12\cdot2018}=\frac{\pi\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{3}\cdot43\cdot43}{\cancel{12}\cdot\cancel{12}\cdot2018}=\frac{\pi\cdot1849}{4\cdot2018}=\frac{\pi\cdot462,\frac14}{2018}\approx\pi\cdot0,023$