



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a+b)c = a(b+c)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14 923

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.03.2018

Площадка написания ккиту кхти

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	-	5	5	-	18	восемнадцать	дедл

1. Дано:

m
 R
 $n=3$
 $L=\pi R$
 ρ
 $A=?$

Решение:



V - объем однородного материала L - длина цилиндра

V_1 - объем тяжелой части.

$$V_1 = L \cdot \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$V = L\pi R^2 - L\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$\rho_1 = 3\rho$$

$$\rho_1 = 3\rho \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{R^2 - \frac{R^2}{4}}{\frac{R^2}{4}} = \left(1 - \frac{1}{4}\right)4 = 3$$

$$\frac{m}{m_1} = \frac{V\rho}{V_1\rho_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m_1} = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

Так как массы равны
центр масс

1) Узнаем, какую часть от массы всего цилиндра составляет этот кусок при такой плотности $\Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{1}{4}$

m - масса полного однородного цилиндра

и узнаем какую часть массы сост. кусок с плотностью в 3 раза больше:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{L\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2}{L\pi R^2} = \frac{1}{4} \quad \frac{\rho}{\rho_1} = \frac{1}{3} \quad \frac{m_1}{m} = \frac{V}{V_1} \cdot \frac{\rho}{\rho_1} = \frac{3}{4}$$

Если взять однородный цилиндр с центром тяжести ~~на середине~~ в центре симметрии, из массы тяжелой части вычтем массу легкой части:



$$3 \cdot 1 - 1 = 2 \quad m_2 = m$$

m_2 - масса определенной части



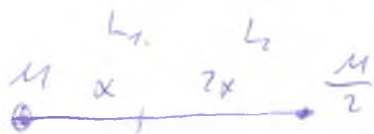
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14923



Видно, что
расстояние до центра
масс: $\frac{M}{m_2} = \frac{L_1}{L_2}$

расстояние от центра окружности
до центра масс $\Rightarrow \frac{R}{2} = \frac{R}{3}$

При преобразовании радиуса $L = \pi R$

цилиндр скатится в вертикальном
положении

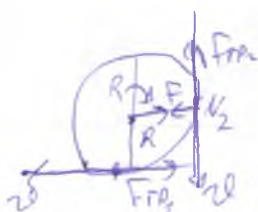
центр масс поднимется на $\frac{R}{6} \cdot 2 = \boxed{\frac{R}{3} = \Delta h}$

Работа расходуется на изменение потенциальной энергии
центра масс E_n : $A = \Delta E_n \Rightarrow \Delta E_n = mg \Delta h = mg \frac{R}{3}$

$$A = mg \frac{R}{3}$$

2. Дано:

m
 R
 μ
 $n=?$



$F_{gr} = mg$ v - скорость точки окружности

$$v = \omega R$$

При скольжении сила трения F_{tr}

толкает вперед цилиндр (действует с силой
на центр масс)

$$F = \frac{\mu mg}{2} \quad \text{тогда } N_2 = \frac{\mu mg}{2} \Rightarrow F_{tr2} = \frac{\mu^2 mg}{2}$$

Сумма сил действующих по касательной к окружности:

$$F' = F_{tr1} + F_{tr2} = mg\mu + \frac{\mu^2 mg}{2} = \mu mg \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14923

ускорение $a = \frac{F'}{m} = \mu g \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)$

Тогда до полной остановки произвольная точка
окружности цилиндра пройдет путь:

$$S = \frac{v^2 - 0}{2a} = \frac{\omega^2 R^2}{2\mu g \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)}$$

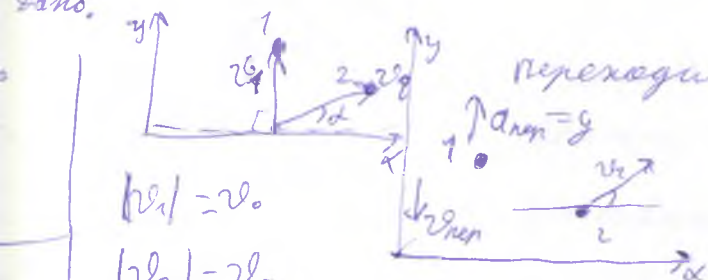
n - кол-во оборотов

$$n = \frac{S}{2\pi R} \Rightarrow n = \frac{\omega^2 R^2}{2\pi R \cdot 2\mu g \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$n = \frac{\omega^2 R}{4\pi \mu g \left(1 + \frac{\mu}{2}\right)}$$

π - число π

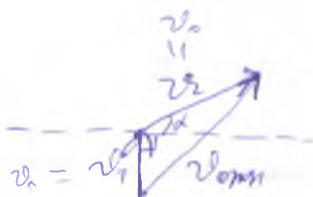
Дано:



Рассмотрим уравнение сложения
скоростей:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{\text{отн}} - \vec{v}_1$$



$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$$

Итак как относительно 1-го шарика на
2-ом шарике ускорение $= 0$, то их относительная скорость



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14923

Чтобы найти $v_{\text{отн}}$, воспользуемся теоремой косинусов:

$$v_{\text{отн}}^2 = v_0^2 + v_0^2 - 2v_0^2 \cos(90^\circ + \alpha) \Rightarrow 2v_0^2 - 2v_0^2 \cdot (-\sin \alpha) = v_{\text{отн}}^2$$

$$\Downarrow$$

$$v_{\text{отн}}^2 = 2v_0^2 + 2v_0^2 \cdot \sin \alpha = 2v_0^2 (1 + \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow v_{\text{отн}} = \sqrt{2v_0^2 (1 + \sin \alpha)} = v_0 \sqrt{2(1 + \sin \alpha)}$$

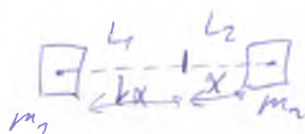
S
 m_1
 m_2
 a'



Допустим,

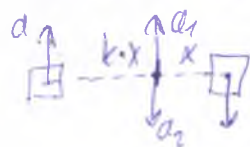
$$\boxed{\begin{matrix} m_2 > m_1 \\ \frac{m_2}{m_1} = k \end{matrix}}$$

Между центрами масс грузов расстояние равно радиусу блока R



$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_2}{m_1} = k$$

X - расстояние центра масс груза m_2 до центра масс системы



$$a_1' = a \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_2}$$

Применим закон рычага относительно

центра масс системы получим ускорения

действующих на центр масс:

$$a_1 = \frac{kx \cdot a}{x(k+1)} = \frac{ka}{k+1} \quad a_2 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} = \frac{a}{k+1}$$

$$a' = a_1 - a_2 = \frac{ka - a}{k+1} = \frac{a(k-1)}{k+1}$$

a' - ускорение центра масс системы

$$a' = \frac{a \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right)}{\frac{m_2}{m_1} + 1} = \frac{g(m_2 - m_1) \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right)}{(m_2 + m_1) \left(\frac{m_2}{m_1} + 1 \right)}$$

$$m_2 g - T = m_2 a$$

$$T - m_1 g = m_1 a$$

$$T = m_1 (a + g)$$

$$m_2 g - m_1 a - m_1 g = m_2 a$$

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}$$