

ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

15 464

Класс 10 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.03.18

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	4	5	4	3	5	4	25	двадцать пять	

1) Дано:
 R, m
 $r = R/2$
 $\rho_2 = \rho_1 \cdot 3$
 $L = \pi R$
 $A = ?$

Решение:

Так как $r = R/2$, $\rho_{\text{шв}} = \frac{\rho}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow m_2 = m_3 = \frac{3}{4} m \Rightarrow m_1$ - масса цилиндра

с 6-ю в 6-ю сторону:

$$m_1 = \frac{3}{4} m + \frac{3}{4} m = \frac{3}{2} m$$

Работа, которую необходимо совершить:

$A = m_1 g \Delta y_{\text{ш}} = \frac{3}{2} m g \cdot \Delta y_{\text{ш}}$, где $\Delta y_{\text{ш}}$ - повышение центра масс вдоль вертикальной оси y .

Представив цилиндр с отверстием как два

масса $m_3 = \frac{3m}{4}$, $m_1 = \frac{3m}{2}$, масса:

$$y_{\text{ш}} = \frac{\frac{3m}{4} \cdot \frac{R}{2}}{m_2 + m_3} = \frac{\frac{3m}{4} \cdot \frac{R}{2}}{2 \cdot \frac{3m}{4} + \frac{3m}{4}} = \frac{R}{4} \Rightarrow \Delta y_{\text{ш}} = \frac{R}{2} = 2 y_{\text{ш}}$$

$$A = \frac{3m}{2} \cdot g \cdot \Delta y_{\text{ш}} = \frac{3m \cdot g \cdot R}{2 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{3m g R}{4}$$

Ответ: $A = \frac{3m g R}{4}$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

15464

3) ΔQ - изменение внутр. энергии газовой смеси и изменение
потенц. энергии пружинок:

$$\Delta Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{k(x_2^2 - x_1^2)}{2}, \text{ где } x - \text{деформация, } \nu - \text{общее число молей газа и смеси,}$$

k - жесткость

Для идеального газа:

$$pV = \nu RT$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$$

$$V = xS \Rightarrow \frac{kx}{S} \cdot xS = \nu RT \Rightarrow kx^2 = \nu RT$$

$$kx_2^2 - kx_1^2 = \nu R \Delta T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + \frac{\nu R \Delta T}{2} = 2 \nu R \Delta T$$

$$m = M_1 \nu_1 + M_2 \nu_2 = 3.4 + 2.20 = 5.6 \text{ моль}$$

$$C = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} = \frac{2 \nu R}{m} = \frac{2 \cdot 5 \cdot R}{5.6 \cdot 10^{-3}} = \frac{10 R}{5.6 \cdot 10^{-3}} = 831.4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 10^3 = 1.6 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

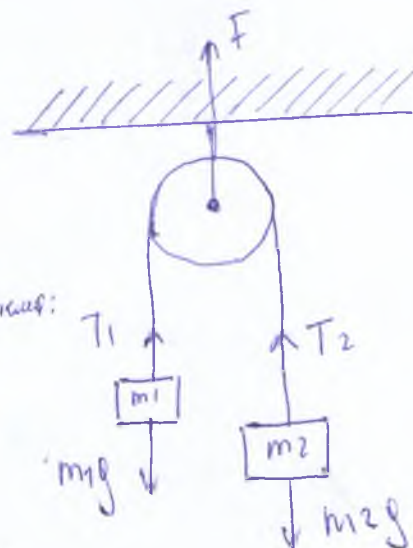
Ответ: $C = 1.6 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$

5) Т.к. $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T$ и $F = 2T$:

$$(m_1 - m_2)g = m_1 g + m_2 g - 2T$$

Согласно 2-ому закону Ньютона для грузов будет следующая:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ m_2 g - T = -m_2 a \end{cases} \Rightarrow T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$





ШИФР

15 464

$$a_c = \frac{m_1 g + m_2 g - \frac{2 \cdot 2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}{m_1 + m_2}$$

$$a_c = g \frac{(m_1 + m_2)^2 - 4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$a_c = g \frac{(m_1^2 + m_2^2 + 2 m_1 m_2 - 4 m_1 m_2)}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$a_c = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g$$

Ответ: $a_c = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g$

2) Дано:
 R, ω, μ

Найти:
 $N = ?$

Решение:

Согласно 2-ому закону Ньютона:

$$N_1 + F_2 - mg = 0$$

$$F_1 - N_2 = 0$$

$$F_1 = \mu \cdot N_1$$

$$F_2 = \mu \cdot N_2$$

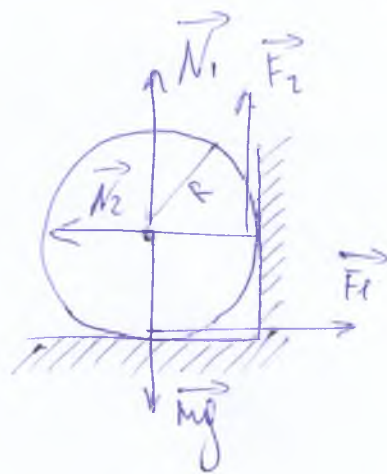
$$F_1 = \frac{\mu m g}{1 + \mu^2}$$

$$F_2 = \frac{\mu^2 \cdot m g}{1 + \mu^2}$$

Момент инерции цилиндра:

$$J = \frac{m \cdot R^2}{2}$$

Угловое ускорение цилиндра:





ШИФР

15464

$$\mathcal{E} = -2\mu \frac{g}{R} \cdot \frac{1+\mu}{1+\mu^2}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \mathcal{E}t$$

$$\omega(1) = 0$$

$$\omega_0 = 2T\mu \frac{g}{R} \cdot \frac{1+\mu}{1+\mu^2}$$

$$T = \frac{R \cdot \omega_0}{g} \cdot \frac{(1+\mu^2)}{2\mu(1+\mu)}$$

$$N = \frac{1}{2\pi} \left(\omega_0 T + \frac{\mathcal{E} \cdot T^2}{2} \right)$$

$$N = \frac{1}{8\pi \cdot \mu \cdot g} \cdot \frac{R}{1+\mu} (1+\mu^2) \cdot \omega_0^2$$

$$\text{Ответ: } N = \frac{R(1+\mu^2) \cdot \omega_0^2}{8\pi \mu g \cdot (1+\mu)}$$

6) Дано:

$$v = 1 \text{ м/с}$$

$$L = 1,5 \text{ м}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,15$$

$$g = 0,5 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Решение:

$$F_{\text{тр}} = \frac{\mu m g \cdot S}{L}$$

$$F_{\text{тр}} = \frac{0,15 \cdot 10 \cdot 0,5}{1,5} = 0,5 \text{ Н}$$

$$A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot S = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ Дж}$$

$$Q = E_k - A_{\text{тр}} = \frac{mv^2}{2} - A_{\text{тр}} = 0,5 - 0,25 = 0,25 \text{ Дж}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

15 464

4) Дано:
 $\alpha, \vec{v}_0, \vec{v}_0, t$

$\Delta V = ?$

Решение:

$$v_{y1} = v_0$$

$$v_{y2} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

Через время t проекции
скоростей на ось y будут:

$$\begin{cases} v_{y1t} = v_{y1} - gt \\ v_{y2t} = v_{y2} - gt = v_0 \cdot \sin \alpha - gt = v_{y1} \cdot \sin \alpha - gt \end{cases}$$

$$\Delta V = v_{y1t} - v_{y2t} = v_1 - gt - v_{y1} \cdot \sin \alpha + gt =$$

$$= v_1(1 - \sin \alpha) = v_0(1 - \sin \alpha)$$

Итак: $\Delta V = v_0(1 - \sin \alpha)$

