



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

23459

Класс 11

Вариант 2

Дата Олимпиады 03.03.2018

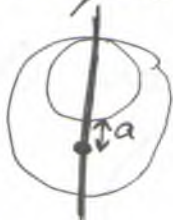
Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	4	5	5	5	5	4	28	двадцать восемь	Степанов

~1

1) Определим, где находится центр тяжести цилиндра:

Во-первых это точка на оси симметрии



Во-вторых она ните (по рис.) ~~от~~ центра цилиндра на a

Определим a : подвесим цилиндр за его центр масс (проткнем насквозь):



тогда цилиндр должен ~~зафиксироваться~~ находится в равновесии при любом положении

Mg - масса, которую мог бы иметь цилиндр, если бы не существовало планеты

M - реальная масса цилиндра



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

(а.б)с. а(вс)

$E=mc^2$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

23459

по правилу моментов

$$Mg a = \Delta m g \left(a + \frac{R}{2} \right)$$

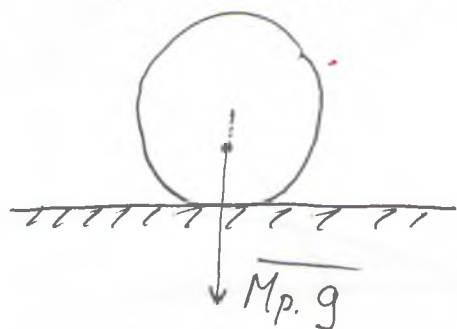
из геометрии очевидно, что $\Delta m = \frac{M}{4}$;

$$M_{pr.} = \frac{3}{4} M = m$$

$$M a = \frac{M}{4} \left(a + \frac{R}{2} \right)$$

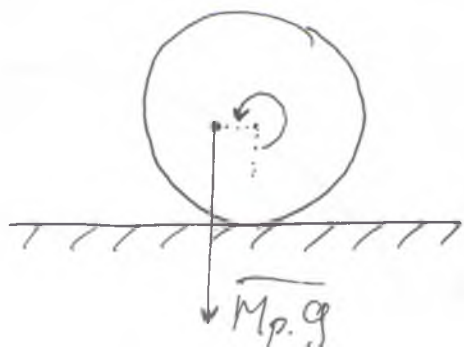
$$4a = a + \frac{R}{2} ; 3a = \frac{R}{2} ; a = \frac{R}{6}$$

2) В макс. положении:



т.к. центр сместился на $L = 1,5\pi R$
то цилиндр совершил $\frac{3}{4}$ оборота

В конечн. положении:



т.е. центр масс
сместился на a
вверх, т.е. работа
пойдет на увеличе-
ние $E_{п}$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

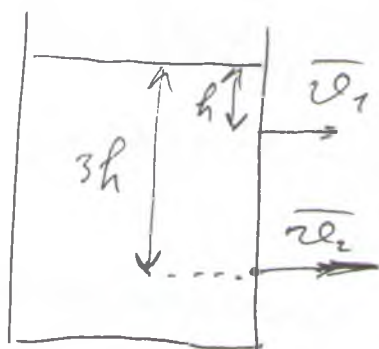
$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23459

р 2



$$v_1 = \sqrt{2gh}$$

$$v_2 = \sqrt{6gh}$$

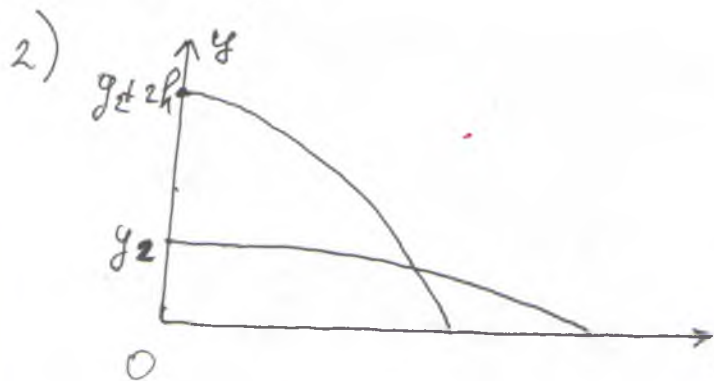
1) по з. Бернулли

для верхнего снв.:

$$\rho gh = \frac{\rho v_1^2}{2}$$

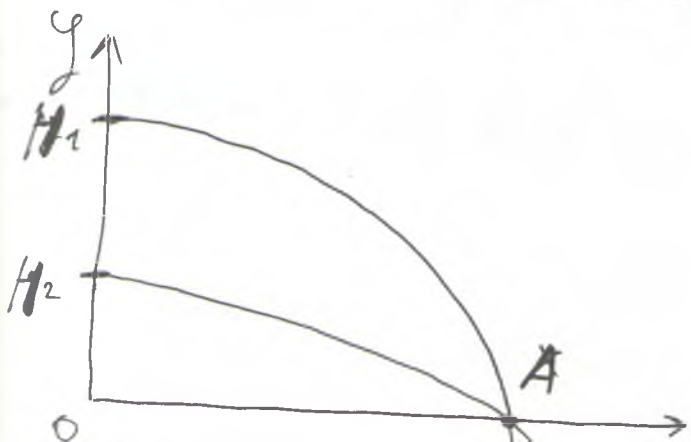
для нижн. снв.:

$$\rho g 3h = \frac{\rho v_2^2}{2}$$



струи бьют по
параболическим
траекториям с
вершинами на
оси ординат

для удобства пусть они пересека-
ются в точке $A(x; 0)$:



$$H_1 - H_2 = 2h \text{ по усл.}$$

Составим ур-ние
для парабол:

$$y(x) =$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

23459

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{g t^2}{2} + H_1 \\ x_1 = v_1 t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{x_1}{v_1}; y_1(x) = H_1 - \frac{g x_1^2}{2 v_1^2}$$

$$y_1(x) = H_1 - \frac{g x^2}{2 \cdot 2g h} = H_1 - \frac{x^2}{4h}$$

аналогично для II параболы:

$$y_2(x) = H_2 - \frac{g x^2}{2 v_2^2} = H_2 - \frac{g x^2}{2 \cdot 6g h} = H_2 - \frac{x^2}{12h}$$

В м.А: $y_1(x) = 0; y_2(x) = 0;$

$$H_1 - \frac{x^2}{4h} = 0 = H_2 - \frac{x^2}{12h}$$

$$H_1 - H_2 = \frac{x^2}{4h} \left(1 - \frac{1}{3}\right); H_1 - H_2 = 2h = \frac{x^2}{4h} \cdot \frac{2}{3}$$

$x^2 = 4h^2 \cdot 3 = 12h^2; x = 2h\sqrt{3}$ — на таком расстоянии от стены бака пересекаются струи воды.

Ответ: $2\sqrt{3}h (\approx 3,5h)$.



~ 3

Дано:

$$V = 4 \text{ л}$$

$$P = 10^6 \text{ Па}$$

$$n = 3$$

$$A = ?$$

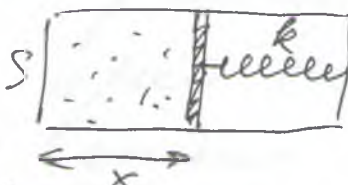
Решение:

до расширения пружина деформирована на x

$$F_{\text{упр.}} = PS; S - \text{площадь поршня}$$

$$kx = PS$$

$$kx^2 = PSx = PV$$



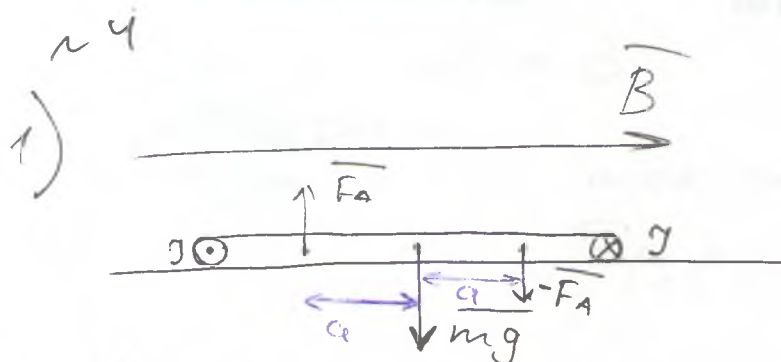
после того, как $V \uparrow$ в n раз деформируется пружина составив $x \cdot n$; Энергия пружины стала $E_2 = \frac{k(xn)^2}{2}$

до ~~до~~ расширения $E_1 = \frac{kx^2}{2}$ - энергия пруж.

$$E_2 - E_1 = A; A = \frac{kx^2 n^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = kx^2 \left(\frac{n^2 - 1}{2} \right) = PV \left(\frac{n^2 - 1}{2} \right)$$

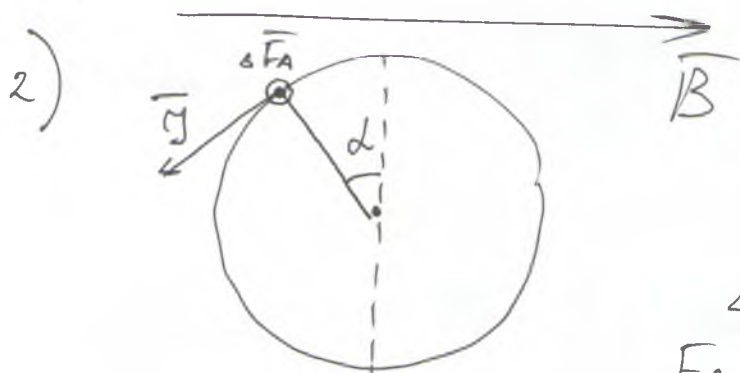
$$A = 10^6 \text{ Па} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \left(\frac{9 - 1}{2} \right) = 16 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Ответ: 16 кДж



Когда по кольцу пропускают ток
левый (по рисунку) край начинает
приподниматься $\Rightarrow$ отнес. самой
правой точки относительно равенство
моментов: $F_A \cdot (a+R) = F_A(R-a) + mgR$

F_A - сила джипера, действующая на $\frac{1}{2}$
кольца



пусть на дугу Δl
действует сила ΔF_A
(см. рисунок)

$$\Delta F_A = B I \Delta l \sin \alpha$$

$$F_A = B I \int_0^{\pi} \Delta l \sin \alpha d\alpha$$

$$F_A = B I \cdot 2R = 2BIR$$

$$\sum_i (\Delta F_A x_i) = F_A a \quad ; \quad x_i - \text{расстояние от т. на} \\ \text{окр. до диаметра (см. рис.)}$$

$$B I \sum_i (\Delta l x_i) = B I R a \quad ; \quad \sum_i (\Delta l x_i) = 2R a$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a+b)c = a(bc)$$

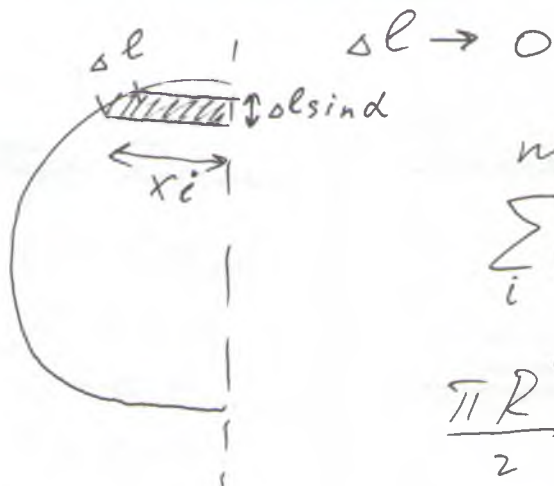
$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

23459



мож. что радиус равен

$$\sum_i (\Delta l x_i \sin \alpha_i) = \frac{S_{\text{крыша}}}{2} = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$\frac{\pi R^2}{2} = 2R a ; a = \frac{\pi R}{4}$$

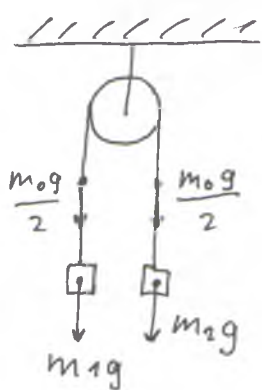
$$3) F_A (a+R) = F_A (R-a) + mgR$$

$$\frac{2 F_A \cdot a}{mgR} = m ; \frac{2 \cdot 2 B \gamma R \cdot \pi R / 4}{gR} = m$$

$$m = \frac{B \gamma R \pi}{g}$$

Ответ: $m = \frac{B \gamma R \pi}{g}$

~ 5



По I з. Ньютона

$$m_0 a = m_1 g + \frac{m_0 g}{2} - \frac{m_0 g}{2} - m_2 g$$

$$m_0 a = (m_1 - m_2) g$$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_0} g$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ H_2C_2

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23459

~ 6

~~Дано:~~ Дано:

$L = 1,5 \text{ м}$

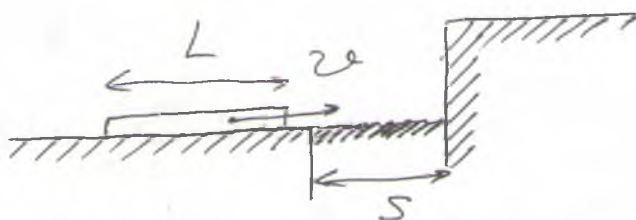
$M = 0,15$

$S = 0,5 \text{ м}$

$\tau = 0,74 \text{ с}$

$v = ?$

Решение:



l - часть бруска, которая скользит по шероховатой поверхности
 V - скорость бруска в этот момент

$$\begin{cases} dt \cdot v = dl \\ m \frac{dv}{dt} = -\frac{l}{L} m \mu g \end{cases}$$

$$\begin{cases} dt \cdot v = dl \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{l}{L} \mu g \end{cases} \Rightarrow v dv = -l dl \frac{\mu g}{L}$$

$$\frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2} = -\frac{S^2}{2} \frac{\mu g}{L} ; -(V_2^2 - v^2) = S^2 \frac{\mu g}{L}$$

V_2 - скорость бруска непосредственно перед ударом

$$V_2^2 = v^2 - S^2 \frac{\mu g}{L} ; v^2 = V_2^2 + S^2 \frac{\mu g}{L}$$

$$dt = \frac{dl}{v} = \frac{dl}{\sqrt{v^2 - l^2 \frac{\mu g}{L}}} ; \tau = \int \frac{1}{\sqrt{v^2 - l^2 \frac{\mu g}{L}}} dl$$

$$\ddot{x} = \mu g ; \ddot{l} = l \mu g = 0$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

23459

$$l(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

$$l(0) = 0 = B$$

$$l(\tau) = S = A \sin \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau$$

$$V(\tau) = V_2; \quad V(t) = A \omega \cos \sqrt{\frac{\mu g}{L}} t$$

$$V_2 = A \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cos \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau$$

$$\frac{S}{V_2} = \frac{\sin \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau}{\cos \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau} = \sqrt{\frac{L}{\mu g}} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau$$

$$V_2 = S \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau$$

$$v^2 = S^2 \frac{\mu g}{L} \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau + 1 \right)$$

$$v = S \sqrt{\frac{\mu g}{L} \left(\operatorname{ctg} \sqrt{\frac{\mu g}{L}} \tau + 1 \right)}$$

$$v \approx 0,5 \frac{m}{c}$$

Ответ: $0,5 \frac{m}{c}$.