ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31767

Класс 10 Вариант 2 Дата Олимпиады 3.03.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	5	4	5	5	5	28	двадцать восемь	Мора

(2). Дано:

m, ω_0, μ, n

$R - ?$

Решение:

1). По II з. Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр_1} + \vec{F}_{тр_2} = 0$$

$$OY: N_1 - mg + F_{тр_1} = 0$$

$$OX: F_{тр_2} - N_2 = 0$$

$$F_{тр_1} = N_2 \cdot \mu$$

$$F_{тр_2} = N_1 \cdot \mu$$

$$\begin{cases} N_1 - mg + N_2 \cdot \mu = 0 \\ N_1 \cdot \mu - N_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_2 = \mu N_1$$

$$N_1 - mg + \mu^2 N_1 = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 = \frac{mg}{1+\mu^2}; \quad N_2 = \frac{\mu mg}{1+\mu^2}$$

$$F_{тр_1} = \frac{\mu^2 mg}{1+\mu^2} \quad (1)$$

$$F_{тр_2} = \frac{\mu mg}{1+\mu^2} \quad (2)$$

2). По закону сохранения энергии:

$$E_н = E_к$$

, $E_н$ - начальная энергия

$E_к$ - конечная энергия.

A - работа сил трения.

ϑ_0 - скорость вращения цилиндра (начальная)

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} = A$$

$$\vartheta_0 = \omega_0 R$$

$$A = (F_{тр_1} + F_{тр_2}) \cdot S$$

$$S = 2\pi R \cdot n$$

$$\underset{(1);(2)}{\Rightarrow} \frac{m\omega_0^2 R^2}{2} = 2\pi R \cdot n \, \mu mg \left(\frac{\mu+1}{\mu^2+1}\right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{4\pi n \mu g(\mu+1)}{\omega_0^2(\mu^2+1)}$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31767

(1) Дано:

m, R, $\frac{R}{2}$

$L = 1{,}5\,\pi R$

A_{min} - ?

Решение:

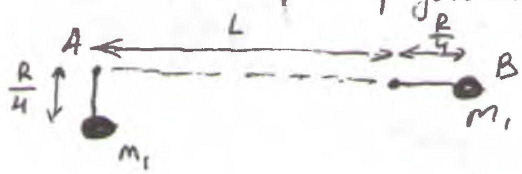
1).

$$m_1 = m - \frac{mV_1}{V} = m\left(1 - \frac{2\pi R^2}{2\pi R^2\cdot 4}\right) = m\left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$m_1 = \frac{3}{4}m$$

=> центр масс смещен на $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$ от центра окр-ти

то есть можем представить, что вся масса сосредоточена в точке:



2). $A = A_{min}$ при том условии, если мы „поднимем" центр масс в верхнюю точку, затем не прикладывая сил под действием силы тяжести цилиндр продолжит движение, пока центр масс не окажется в ~~начальном~~ положении B, ~~после того нужно снова приложить силу для поднятия в верхнюю точку~~

Тогда, $A_{min} = m \cdot h$, где h – высота поднятия центра масс до верхней точки траектории.

$$h = 2 \cdot \frac{R}{4} = \frac{R}{2}$$

Тогда, $A_{min} = \frac{mR}{2}$

Ответ: $A_{min} = \frac{mR}{2}$

ШИФР 31767

⑤. Дано:

m_0

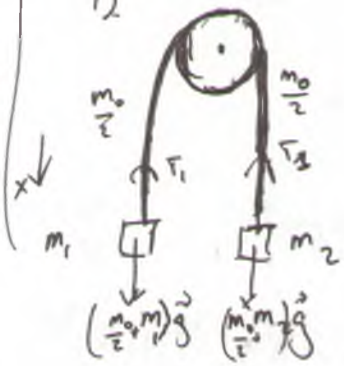
m_1

m_2 $(m_1 > m_2)$

$a - ?$

Решение:

1)



2). По II з. Ньютона:

$$\left(\frac{m_0}{2}+m_1\right)\vec{g} + \left(\frac{m_0}{2}+m_2\right)\vec{g} = m\vec{a}_{общ}$$

$$OX: \quad \frac{m_0}{2}g + m_1 g \cancel{\tfrac{1}{2}} - \frac{m_0}{2}g - m_2 g = ma_{общ}$$

$$a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_{общ}}$$

$$m_{общ} = m_1 + m_2 + m_0$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2+m_0}}$$

Ответ: $a = \dfrac{(m_1-m_2)g}{m_1+m_2+m_0}$

⑥. Дано:

$L = 1{,}5$ м

$m = 1$ кг

$\mu = 0{,}15$

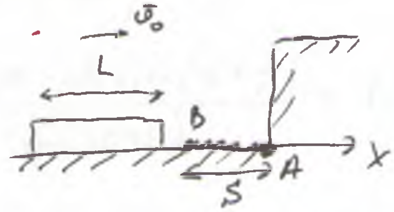
$S = 0{,}5$

$Q = 0{,}875$ Дж

$\upsilon_0 - ?$

Решение:

1)



2) По з. сохр. энергии:

$$\frac{m\upsilon_к^2}{2} = Q \qquad \upsilon_к \text{ – конечная скорость перед ударом.}$$

$$\upsilon_к^2 = \frac{2Q}{m} \quad (*)$$

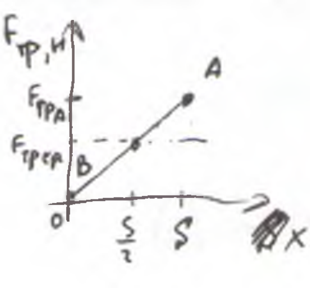
3). $a_{ср} = \dfrac{\upsilon_к^2 - \upsilon_0^2}{2S}$ (1);

По II з. Ньютона:

$-F_{тр} = ma$ т.к. $F_{тр\,A} = \dfrac{\mu mgS}{L}$

$F_{тр\,средняя} = \dfrac{1}{2} F_{тр\,A} = \dfrac{\mu mgS}{L \cdot 2}$, т.к. $F_{тр}$ изменяется прямо пропорционально x $(F = kx)$

$$a_{ср} = \frac{-\mu mgS}{2m L} \quad (2)$$

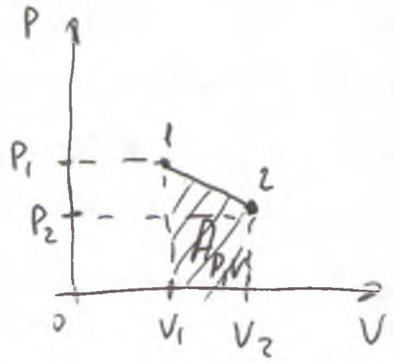


x – длина шероховатой поверхности под бруском

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31767



$$A_{p,V} = \frac{P_1+P_2}{2}\cdot(V_2-V_1) = \frac{\left(P_1+\frac{P_1}{n}\right)\cdot(nV_1-V_1)}{2} = P_1V_1\cdot\frac{n^2-1}{2n}$$

$$A_{газа} = \frac{kx^2}{2} + P_1V_1\frac{n^2-1}{2n}$$

$$x^2 = \frac{l^2(P_1+P_2)^2}{4P_1^2} = \frac{4P_2V_1\,(P_1+P_2)^2}{k\left(1+\frac{P_1+P_2}{2P_1}\right)4P_1^2} = \frac{P_1V_1\left(P_1+\frac{P_1}{n}\right)^2}{nkP_1^2\left(1+\frac{nP_1+P_1}{2P_1\cdot n}\right)} =$$

$$= \frac{V_1\cdot P_1^2\left(1+\frac{1}{n}\right)^2\cdot 2P_1n}{nkP_1(2P_1n+nP_1+P_1)} = \frac{2P_1V_1n\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}{nk(3n+1)}$$

$$A_{газа} = \frac{k\cdot 2P_1V_1n\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}{nk(3n+1)} + P_1V_1\frac{n^2-1}{2n} = \frac{P_1V_1}{n}\left(\frac{2n\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}{3n+1}+\frac{n^2-1}{2}\right).$$

$$A_{газа} = \frac{4\cdot10^{-3}м^3\cdot10^6Па}{3}\left(\frac{6\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)^2}{9+1}+\frac{9-1}{2}\right) \approx 6{,}75\cdot10^3\,Дж = 6{,}75\,кДж.$$

Ответ: 6,75 кДж

(4) Дано:

$m = 1$ кг

$\alpha = 60^\circ$

$p = 5\,\frac{кг\cdot м}{с}$

v_0 - ?

Решение:

1) $p = mv_1$

$v_1 = \frac{p}{m}$ (1).

2) $v_x = const$, т.к $a_x = 0$

$v_x = v_0\cdot\cos\alpha = v_1$

$v_0 = \frac{v_1}{\cos\alpha}$ (2)

(1) → (2) $v_0 = \frac{p}{m\cos\alpha}$

$$v_0 = \frac{5\,\frac{кг\cdot м}{с}}{1кг\cdot\frac{1}{2}} = 10\,\frac{м}{с}$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a\cdot b)c = a(b c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31767

③. Дано:

$V_1 = 4л = 4\cdot10^{3} м^3$

$P_1 = 10^6 Па$

$V_2 = nV_1$

$n = 3$

$A - ?$

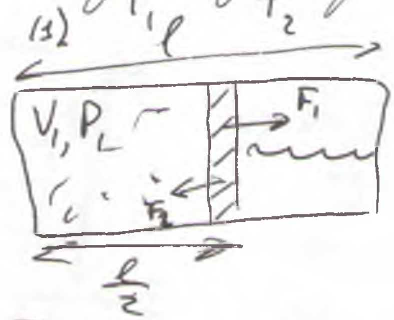
Решение:

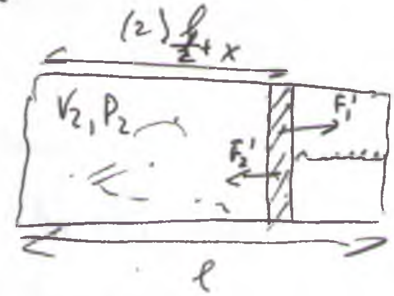
1) Запишем ур-ние Менделеева-Клапейрона:

$$\left.\begin{aligned} PV &= \nu RT \\ \nu = const&, R - const \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{PV}{T} = const$$

Тогда, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ $T_1 = T_2$

1).





2) для (1).: По III з. Ньютона:

~~...~~ ; $F_1 = F_2$

$$\left.\begin{aligned} P_1\cdot S &= k\cdot\frac{l}{2} \\ V_1 &= S\cdot\frac{l}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{2P_1V_1}{l} = \frac{kl}{2}$$

$$P_1V_1 = \frac{kl^2}{4} \quad (1)$$

для (2) : $F_1' = F_2'$

$$P_2\cdot S = k\left(\frac{l}{2} + x\right)$$

$$\frac{P_2V_1\cdot 2}{l} = k\left(\frac{l}{2}+x\right). \quad P_2V_1 = \frac{lk(l+2x)}{4} \quad (2)$$

3) $\frac{(1)}{(2)}$; $\frac{P_1}{P_2} = \frac{l}{l+2x}$; $x = \frac{l(P_1+P_2)}{2P_1}$ (3).

$(3)\to(2)$ $P_2V_1 = \dfrac{kl\left(l + \frac{l(P_1+P_2)}{2P_1}\right)}{4} \Rightarrow l = \sqrt{\dfrac{4P_2V_1}{k\left(1+\frac{P_1+P_2}{2P_1}\right)}}$ a

4) ~~P_2V_1~~ По з. сохр. энергии:

$$A_{газа} = A_{пружины} + A_{P,V} = \frac{kx^2}{2} + A_{P,V}$$

По з. ~~м~~ ур-нию Менделеева-Клапейрона: